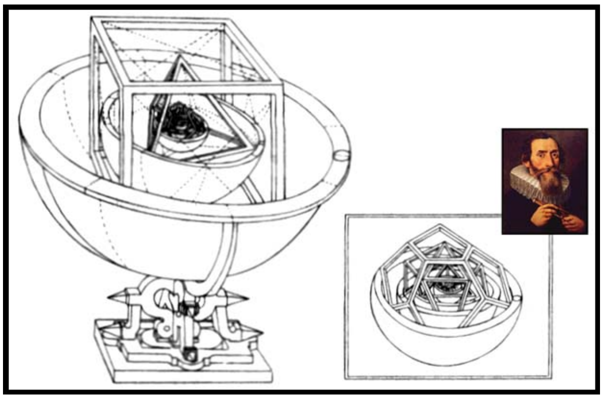
QUESTÕES DOS VESTIBULARES DA UERJ

1. (QUESTÃO 30)

O modelo astronômico heliocêntrico de Kepler, de natureza geométrica, foi construído a partir dos cinco poliedros de Platão, inscritos em esferas concêntricas, conforme ilustra a figura abaixo:



A razão entre a medida da aresta do cubo e a medida do diâmetro da esfera a ele circunscrita, é:

A) $\sqrt{3}$

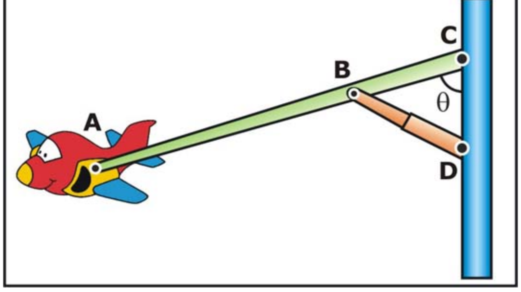
B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Utilize as informações abaixo para responder às questões 49 e 50.

Em um parque de diversões há um brinquedo que tem como modelo um avião. Esse brinquedo está ligado, por um braço **AC**, a um eixo central giratório **CD**, como ilustra a figura abaixo:



Enquanto o eixo gira com uma velocidade angular de módulo constante, o piloto dispõe de um comando que pode expandir ou contrair o cilindro hidráulico **BD**, fazendo o ângulo θ variar, para que o avião suba ou desça.

Dados	
$\overline{AC} = 6m$	$\pi \approx 3$
$\overline{BC} = \overline{CD} = 2m$	$\sqrt{3} \approx 1,7$
$2m \leq BD \leq 2\sqrt{3}\ m$	

2. (QUESTÃO 49)

A medida do raio **r** da trajetória descrita pelo ponto **A**, em função do ângulo θ, equivale a:

A) 6 sen θ

B) 4 sen θ

C) 3 sen θ

D) 2 sen θ

3. (QUESTÃO 50)

Quando o braço **AC** está perpendicular ao eixo central, o ponto **A** tem velocidade escalar $\mathbf{v_1}$. Se $\mathbf{v_2}$ é a velocidade escalar do mesmo ponto quando o ângulo θ corresponde a **60°**, então a razão $\frac{v_2}{v_1}$ é igual a:

A) 0,75

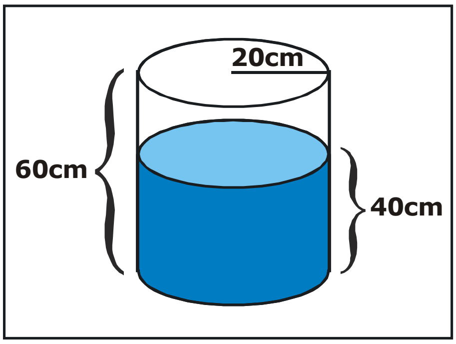
B) 0,85

C) 0,90

D) 1,00

4. (QUESTÃO 56)

Um recipiente cilíndrico de **60cm** de altura e base com **20cm** de raio está sobre uma superfície plana horizontal e contém água até a altura de **40cm**, conforme indicado na figura.



Imergindo-se totalmente um bloco cúbico no recipiente, o nível da água sobe **25%**.

Considerando π igual a **3**, a medida, em cm, da aresta do cubo colocado na água é igual a:

A) $10\sqrt{2}$

B) $10\sqrt[3]{2}$

C) $10\sqrt{12}$

D) $10\sqrt[3]{12}$

5. (QUESTÃO 06)

Um triângulo acutângulo **ABC** tem **4cm²** de área e seus lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ medem, respectivamente, **2cm** e **5cm**.

Mantendo-se as medidas desses dois lados e dobrando-se o ângulo interno **Â**, calcule o aumento percentual de sua área.

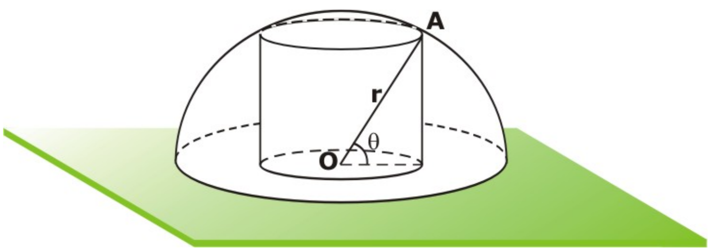
6. (QUESTÃO 08)

Os afixos de três números complexos são equidistantes de **(0,0)** e vértices de um triângulo equilátero. Um desses números é $\mathbf{1 + i\sqrt{3}}$.

Calcule os outros números na forma **a + bi**.

7. (QUESTÃO 10)

Observe a figura abaixo, que representa um cilindro circular reto inscrito em uma semi-esfera, cujo raio $\overline{OA}$ forma uma ângulo θ com a base do cilindro.



Se θ varia no intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ e o raio da semi-esfera mede **r,** calcule a área lateral máxima deste cilindro.

8. (QUESTÃO 11)

$$\boxed{x^3 + x + 10 = 0}$$

$$\boxed{x^3 - 19x - 30 = 0}$$

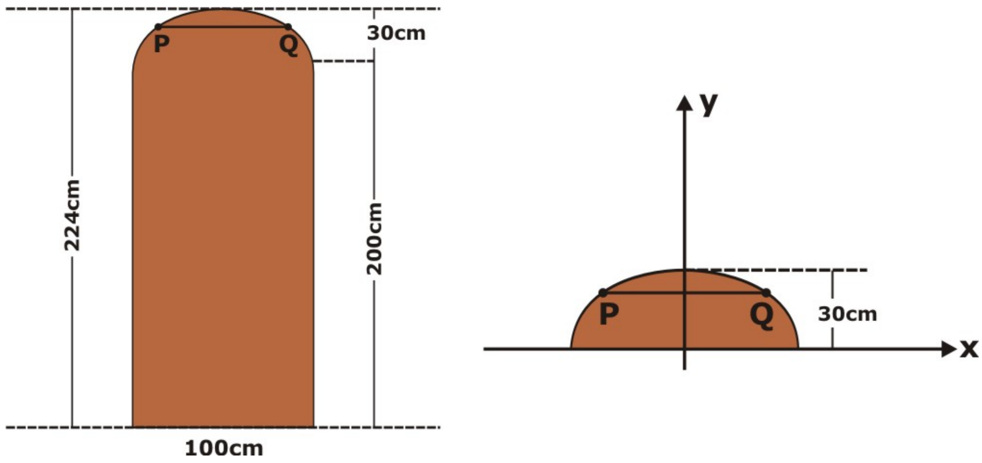
As equações acima, em que $x \in \mathbb{C}$, têm uma raiz comum.

Determine todas as raízes não-comuns.

9. (QUESTÃO 14)

Uma porta colonial é formada por um retângulo de **100cm x 200cm** e uma semi-elipse.

Observa as figuras:

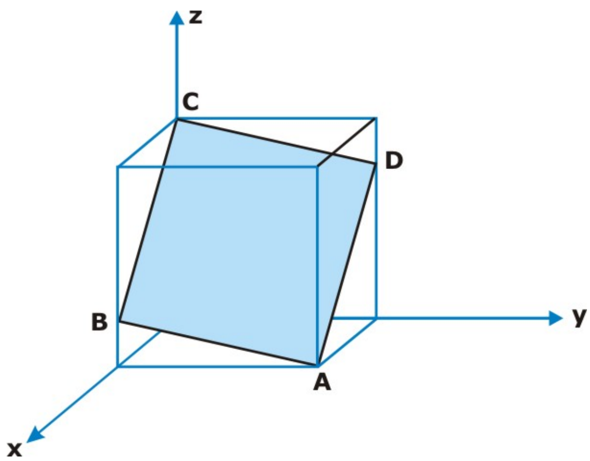


Na semi-elipse o eixo maior mede **100cm** e o semi-eixo menor, **30cm**.

Calcule a medida da corda $\overline{\mathbf{PQ}}$, paralela ao eixo maior, que representa a largura da porta a **224cm** de altura.

10. (QUESTÃO 15)

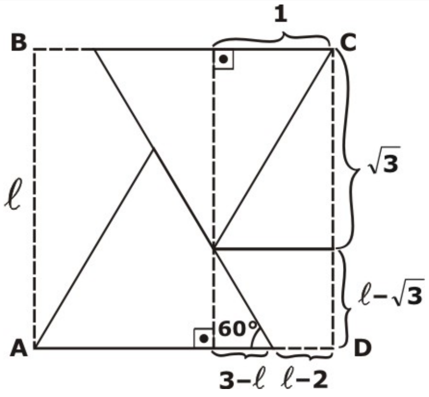
Observe a figura abaixo.



Ela representa um cubo de aresta **2**, seccionado pelo plano **ABCD**; **B = (2,0, t)** e **t** varia no intervalo **[0, 2]**.

Determine a menor área do quadrilátero **ABCD**.

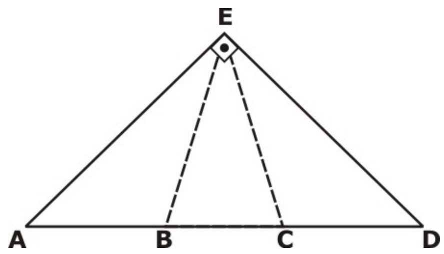
11. (QUESTÃO 16)



A figura acima representa um quadrado **ABCD** e dois triângulos equiláteros equivalentes.

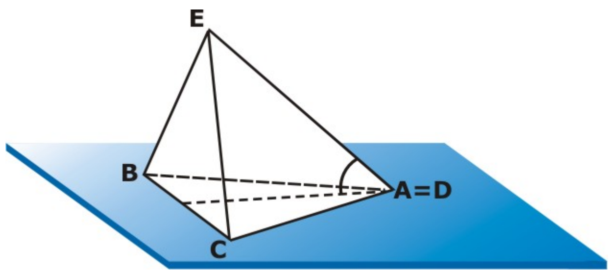
Se cada lado desses triângulos mede **2cm**, calcule o lado do quadrado **ABCD**.

12. (QUESTÃO 18)



A figura acima representa uma chapa de metal com a forma de um triângulo retângulo isósceles em que $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 2m$.

Dobrando-a nas linhas $\overline{BE}$ e $\overline{CE}$, constrói-se um objeto que tem a forma de uma pirâmide.



Desprezando a espessura da chapa, calcule o cosseno do ângulo formado pela aresta $\overline{AE}$ e o plano **ABC**.

Considere a questão abaixo, que representa uma superfície esférica, para responder às questões de números 19 e 20.

$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$

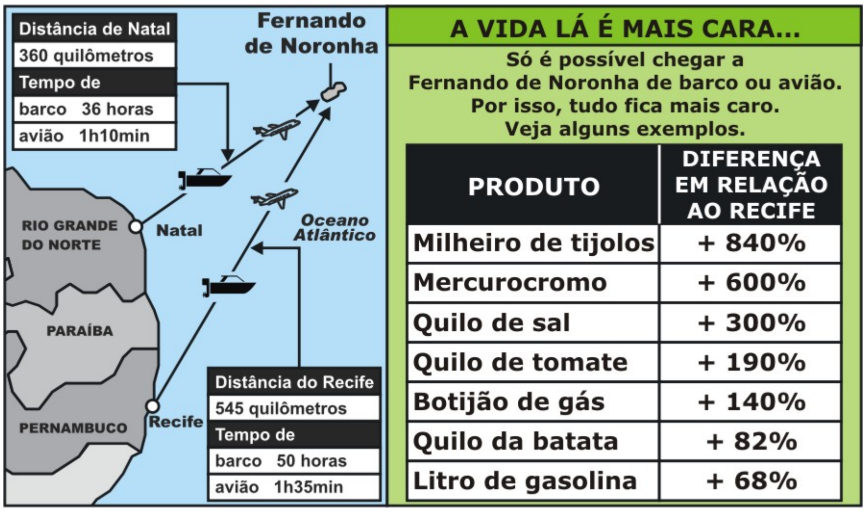
13. (QUESTÃO 19)

Determine a questão da circunferência obtida pela interseção da superfície acima e o plano **XOY**.

14. (QUESTÃO 20)

Determine o total de pontos da superfície esférica acima com todas as coordenadas inteiras.

Utilize os dados abaixo para responder às questões de 7 a 9.



15. (QUESTÃO 07)

Calcule a velocidade média de um barco que faz a travessia entre Recife e Fernando de Noronha.

16. (QUESTÃO 08)

Considere os pontos **N**, **R** e **F** para designar, respectivamente, Natal, Recife e Fernando de Noronha. Sabendo-se que o ângulo **NFR** é igual a **30°**, calcule a medida aproximada do segmento **NR**, distância entre as cidades de Natal e Recife.

17. (QUESTÃO 09)

A tabela abaixo representa uma lista de produtos a serem comprados e seus preços na cidade de Recife.

Itens	**Preço por quilo em Recife (R$)**	**Quantidade**
sal	0,30	2kg
tomate	1,20	5kg
batata	1,50	2kg

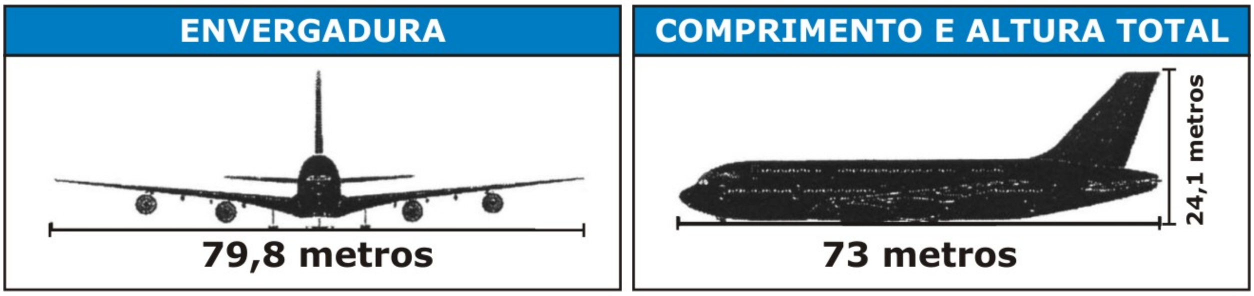
Considere que duas pessoas, uma em Fernando de Noronha e outra em Recife, tenham feito essa compra. Determine a diferença, em reais, entre a maior e a menor despesa.

18. (QUESTÃO 13)

Na construção de um hangar, com a forma de um paralelepípedo retângulo, que possa abrigar um *Airbus*, foram consideradas as medidas apresentadas abaixo.

A HORA DO BIZU

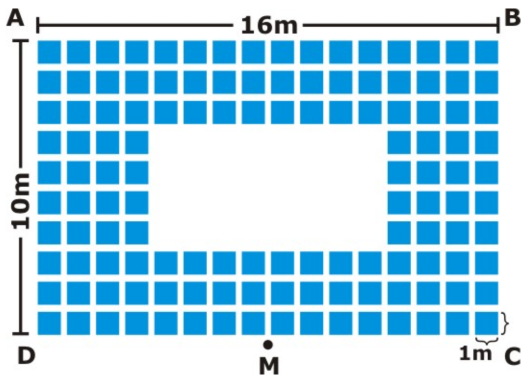
AirBus A3XX-100



Calcule o volume mínimo desse hangar.

Utilize os dados abaixo para responder às questões de números 17 e 18.

Uma piscina, cujas dimensões são **4 metros** de largura por **8 metros** de comprimento, está localizado no centro de um terreno **ABCD**, retangular, conforme indica a figura abaixo.



19. (QUESTÃO 17)

Calcule a razão entre a área ocupada pela piscina e a área **ABCD**.

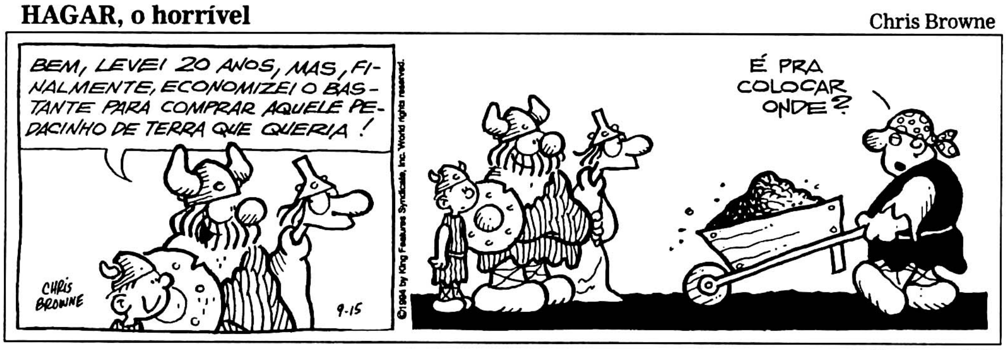
20. (QUESTÃO 18)

Considere que uma pessoa se desloca sempre do ponto **M**, médio de **CD**, em linha reta, numa única direção, a um ponto qualquer do terreno.

Determine a probabilidade de essa pessoa não cair na piscina.

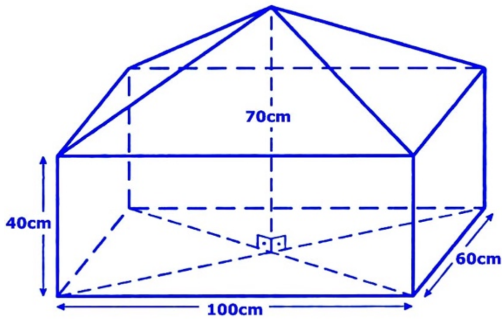
21. (QUESTÃO 23)

Leia os quadrinhos:



(*O Globo*, março 2000)

Suponha que o volume de terra acumulada, no carrinho-de-mão do personagem seja igual ao do sólido esquematizado na figura abaixo, formado por uma pirâmide reta sobreposta a um paralelepípedo retângulo.



Assim, o volume médio de terra que Hagar acumulou em cada ano de trabalho é, em dm^3, igual a:

A) 12

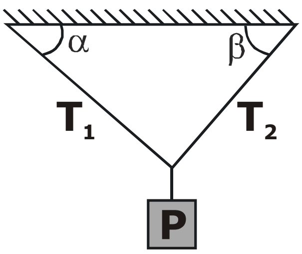
B) 13

C) 14

D) 15

22. (QUESTÃO 28)

Um corpo de peso **P** encontra-se em equilíbrio, suspenso por três cordas inextensíveis. Observe, na figura, o esquema das forças $\mathbf{T_1}$ e $\mathbf{T_2}$, que atuam sobro o nó de junção das cordas, e os respectivos ângulos, α e β, que elas formam com o plano horizontal.



Fazendo a decomposição dessas forças, um aluno escreveu o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \mathbf{T_1}\,\mathbf{sen}\,\alpha + \mathbf{T_2}\,\mathbf{sen}\,\beta = \mathbf{P} \\ \mathbf{T_1}\,\mathbf{cos}\,\alpha - \mathbf{T_2}\,\mathbf{cos}\,\beta = \mathbf{0} \end{cases}$$

Sabendo que α e β são ângulos complementares, o aluno pôde determinar a seguinte expressão do **cos** β em função de $\mathbf{T_1}$, $\mathbf{T_2}$ e **P**.

A) $\dfrac{T_1P}{T_1^2 + T_2^2}$

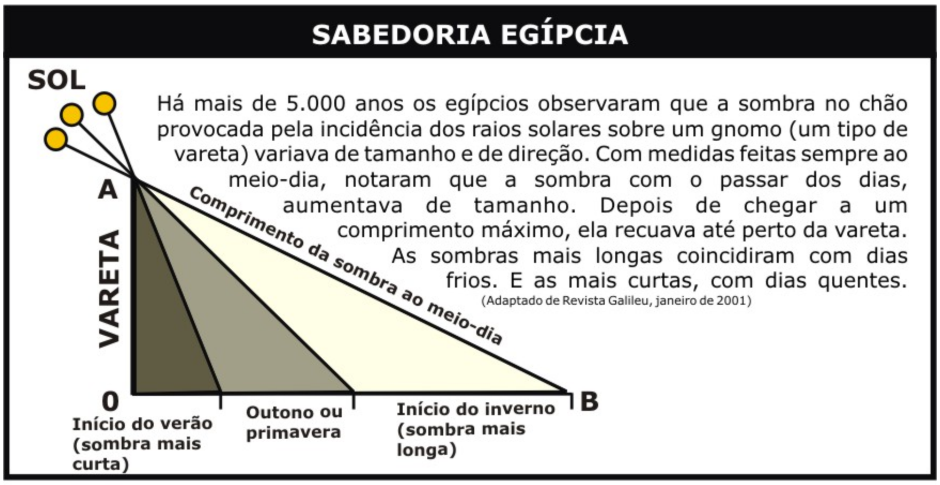
B) $\dfrac{T_2P}{T_1^2 + T_2^2}$

C) $\dfrac{P}{T_1^2 + T_2^2}$

D) $\dfrac{T_1T_2}{T_1^2 + T_2^2}$

23. (QUESTÃO 39)

Leia o texto a seguir.



Um estudante fez uma experiência semelhante à descrita no texto, utilizando uma vareta $\overline{\mathbf{OA}}$ de **2 metros** de comprimento. No início do inverno, mediu o comprimento da sombra $\overline{\mathbf{OB}}$, encontrando **8 metros**.

Utilizou, para representar sua experiência, um sistema de coordenadas cartesianas, no qual o eixo das ordenadas **(y)** e o eixo das abscissas **(x)** continham, respectivamente, os segmentos de reta que representam a vareta e a sombra que ela determinava no chão.

Esse estudante pôde, assim, escrever a seguinte equação da reta que contém o segmento **AB**.

A) $y = 8 - 4x$

B) $x = 6 - 3y$

C) $x = 8 - 4y$

D) $y = 6 - 3x$

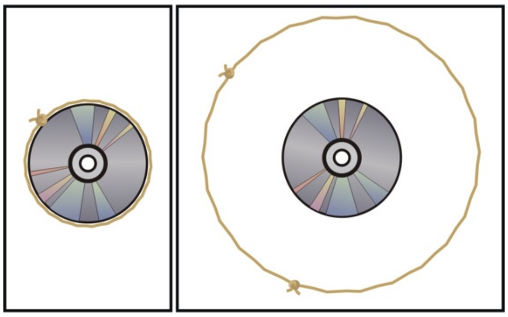
24. (QUESTÃO 41)

Um professor de matemática fez, com sua turma, a seguinte demonstração:

• Colocou um CD sobre uma mesa e envolveu-o completamente com um pedaço de barbante, de modo que o comprimento do barbante coincidisse com o perímetro do CD;

• Em seguida, emendando ao barbante um outro pedaço, de **1 metro** de comprimento, formou uma circunferência maior que a primeira, concêntrica com o CD.

Veja as figuras abaixo:



Calculou, então, a diferença entre as medidas do raio da circunferência maior e do raio do **CD**, chamando-a de **x**.

Logo, após, imaginando um **CD** com medida do raio idêntica à do raio da Terra, repetiu teoricamente, as etapas anteriores, chamando de **y** a diferença encontrada.

Assim, demonstrou a seguinte relação entre essas diferenças, **x** e **y**:

A) $x + y = \pi^{-1}$

B) $x + y = \pi^{-2}$

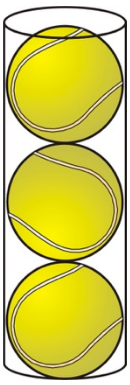
C) $y - x = \pi^{-2}$

D) $y - x = \pi^{-1}$

25. (QUESTÃO 05)

Três bolas de tênis, idênticas, de diâmetro igual a **6cm**, encontram-se dentro de uma embalagem cilíndrica com tampa.

As bolas tangenciam a superfície interna da embalagem nos pontos de contato, como ilustra a figura abaixo.



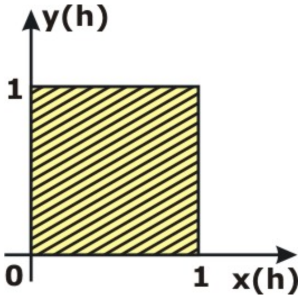
Calcule:

A) a área total, em **cm²**, da superfície da embalagem;

B) a fração do volume da embalagem ocupado pela bolas.

26. (QUESTÃO 06)

Duas pessoas A e B decidem se encontrar em um determinado local, no período de tempo entre **0h** e **1h**. Para cada par ordenado (x_0,y_0), pertencente à região hachurada do gráfico abaixo, x_0 e y_0 representam, respectivamente, o instante de chegada de A e B ao local de encontro.



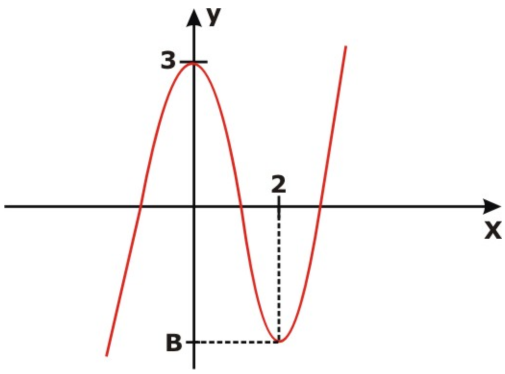
Determine as coordenadas dos pontos da região hachurada, os quais indicam:

A) a chegada de ambas as pessoas ao local de encontro exatamente aos 40 minutos;

B) que a pessoa B tenha chegado ao local de encontro aos 20 minutos e esperado por A durante 10 minutos.

27. (QUESTÃO 08)

O gráfico abaixo é a representação cartesiana do polinômio $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$.

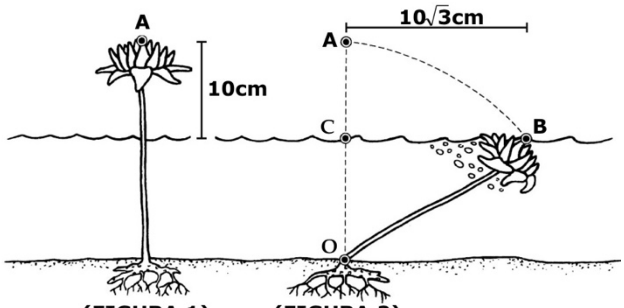


A) Determine o valor de **B**.

B) Resolva a inequação $x^3 - 3x^2 - x + 3 > 0$.

28. (QUESTÃO 09)

A extremidade A de uma planta aquática encontra-se 10 cm acima da superfície da água de um lago (fig.1). Quando a brisa a faz balançar, essa extremidade toca a superfície da água no ponto B, situado a $10\sqrt{3}$ cm do local em que sua projeção ortogonal $\hat{C}$, sobre a água, se encontrava inicialmente (fig.2). Considere $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{BC}$ segmentos de retas e o arco $\overset{\frown}{AB}$ uma trajetória do movimento da planta.



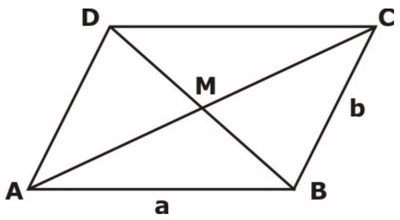
Determine:

A) a profundidade do lago no ponto O em que se encontra a raiz da planta;

B) o comprimento, em cm, o arco $\overset{\frown}{AB}$.

29. (QUESTÃO 01)

Observe o paralelogramo **ABCD**.



A) Calcule $\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2$ em função de $\overline{AB} = a$ e $\overline{BC} = b$.

B) Determine a razão entre as áreas dos triângulos **ABM** e **MBC**.

30. (QUESTÃO 06)

As dimensões de um paralelepípedo retângulo são dadas pelas raízes do polinômio a seguir:

$$3x^3 - 13x^2 + 7x - 1$$

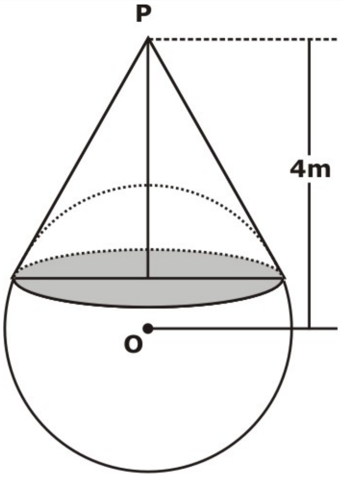
Em relação a esse paralelepípedo, determine:

A) A razão entre a sua área total e o seu volume;

B) suas dimensões.

31. (QUESTÃO 09)

Admita uma esfera com raio igual a **2m**, cujo centro **O** dista **4m** de um determinado ponto **P**. Tomando-se **P** como vértice, construímos um cone tangente a essa esfera, como mostra a figura.



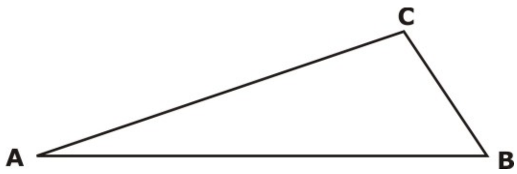
Calcule, em relação ao cone:

A) seu volume;

B) sua área lateral.

32. (QUESTÃO 10)

Considere o triângulo **ABC** abaixo, onde os ângulos **A**, **B** e **C** estão em progressão aritmética crescente.



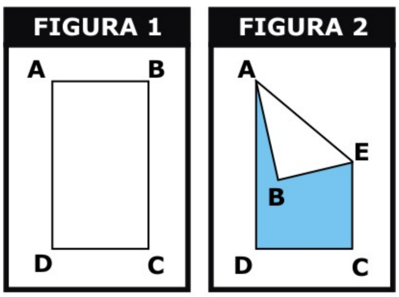
Determine os valores de cada um desses ângulos, respectivamente, nas seguintes condições:

A) $\mathbf{sen\,A + sen\,B + sen\,C = \frac{3+\sqrt{3}}{2}}$

B) $\overline{AB} = 2\overline{BC}$

33. (QUESTÃO 45)

Uma folha de papel retangular, como a da **figura 1**, de dimensões **8cm x 14cm**, é dobrada como indicado na **figura 2**.



Se o comprimento **CE** é **8cm**, a área do polígono **ADCEB**, em **cm²**, é igual a:

A) 112

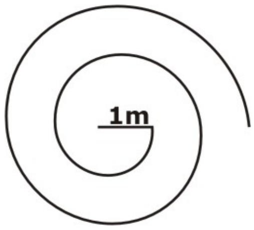
B) 88

C) 64

D) 24

34. (QUESTÃO 27)

José deseja construir, com tijolos, um muro de jardim com a forma de uma espiral de dois centros, como mostra a figura abaixo.



Para construir esta espiral, escolheu dois pontos que distam 1 metro um do outro. A espiral tem 4 meias-voltas e cada tijolo mede **30cm** de comprimento.

Considerando $\pi = 3$, o número de tijolos necessários para fazer a espiral é:

A) 100

B) 110

C) 120

D) 130

35. (QUESTÃO 30)

Observe a matriz a seguir.

$$\begin{bmatrix} \operatorname{sen}x & \cos^2 x & 1 \\ \operatorname{sen}x & \cos x & 0 \\ \operatorname{sen}x & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Resolvendo seu determinante, será obtido o seguinte resultado:

A) 1

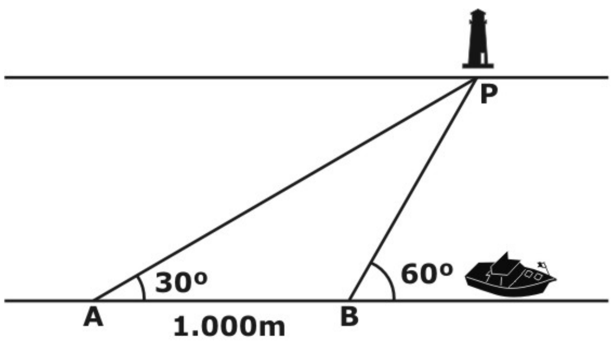
B) sen x

C) $\operatorname{sen}^2 x$

D) $\operatorname{sen}^3 x$

36. (QUESTÃO 32)

Um barco navega na direção **AB**, próximo a um farol **P**, conforme a figura abaixo.



(Adaptado de BONGIOVANNI, Vincenzo et aiii. Matemática e Vida. São Paulo: Ática, 1990)

No ponto **A**, o navegador verifica que a reta **AP**, da embarcação ao farol, forma um ângulo de **30º** com a direção **AB**. Após a embarcação percorrer **1.000m**, no ponto **B**, o navegador verifica que a reta **BP**, da embarcação ao farol, forma um ângulo de **60º** com a mesma direção **AB**.
Seguindo sempre a direção **AB**, a menor distância entre a embarcação e o farol será equivalente, em metros, a:

A) 500

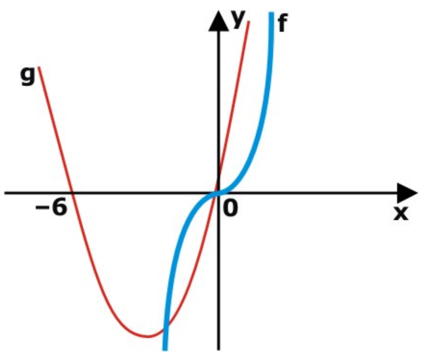
B) $500\sqrt{3}$

C) 1.000

D) $1.000\sqrt{3}$

37. (QUESTÃO 08)

No gráfico abaixo, estão representadas as funções reais **f(x) = x³** e **g(x) = ax ²+ bx + c**.



Sabendo-se que **f (3) = g (3)**, determine o conjunto-solução da inequação **f (x) ≥ g (x).**

38. (QUESTÃO 26)

A forma de uma raquete de tênis pode ser esquematizada por um aro circular de raio **R** e massa $\mathbf{m_1}$, preso a um cabo de comprimento L e massa $\mathbf{m_2}$.

Quando $\mathbf{R} = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{4}}$ e $\mathbf{m_1} = \mathbf{m_2}$, a distância do centro de massa da raquete ao centro do aro circular vale:

A) $\frac{R}{2}$

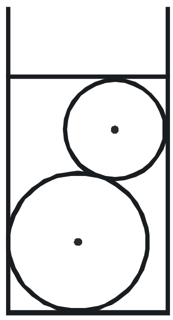
B) R

C) $\frac{3R}{2}$

D) 2R

39. (QUESTÃO 02)

Duas esferas metálicas maciças de raios iguais a **8cm** e **5cm** são colocadas, simultaneamente, no interior de um recipiente de vidro com forma cilíndrica e diâmetro da base medindo **18cm**. Neste recipiente despeja-se a menor quantidade possível de água para que as esferas fiquem totalmente submersas, como mostra a figura.



Posteriormente, as esferas são retiradas do recipiente.

A altura da água, em cm, após a retirada das esferas, corresponde, aproximadamente, a:

A) 10,6

B) 12,4

C) 14,5

D) 25,0

40. (QUESTÃO 05)

Para revestir externamente chapéus em forma de cones com **12cm** de altura e diâmetro da base medindo **10cm**, serão utilizados cortes retangulares de tecido, cujas dimensões são **67cm** por **50cm**. Admita que todo o tecido de cada corte poderá ser aproveitado.

O número mínimo dos referidos cortes necessários para forrar **50** chapéus é igual a:

A) 3

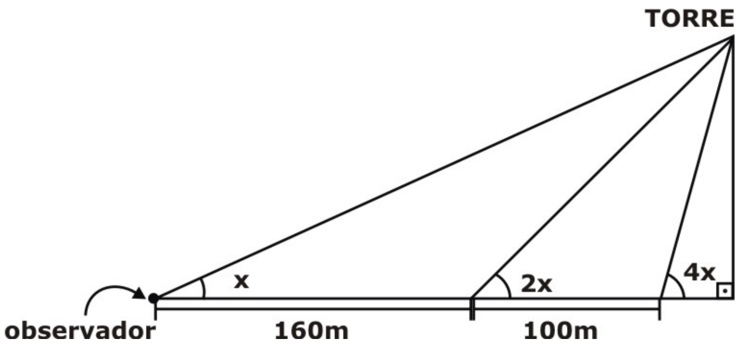
B) 4

C) 5

D) 6

41. (QUESTÃO 07)

Considere o ângulo segundo o qual um observador vê uma torre. Esse ângulo duplica quando ele se aproxima **160m** e quadruplica quando ele se aproxima mais **100m**, como mostra o esquema abaixo.



A altura da torre, em metros, equivale a:

A) 96

B) 98

C) 100

D) 102

42. (QUESTÃO 09)

Um tonel cilíndrico, sem tampa e cheio de água, tem **10dm** de altura e raio da base medindo **5dm**. Considerando π **= 3,14**, ao inclinarmos o tonel em **45°**, o volume de água derramada, em dm^3, é aproximadamente de:

A) 155

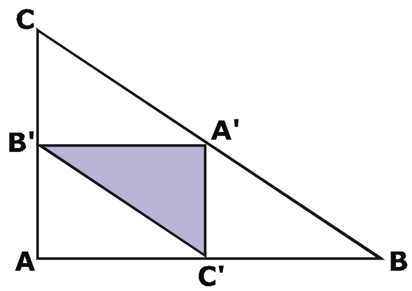
B) 263

C) 353

D) 392

43. (QUESTÃO 10)

Unindo-se os pontos médios dos lados do triângulo **ABC**, obtém-se um novo triângulo **A'B'C'**, como mostra a figura.



Se **S** e **S'** são, respectivamente, as áreas de **ABC** e **A'B'C'**, a razão $\frac{S}{S'}$ equivale a:

A) 4

B) 2

C) $\sqrt{3}$

D) $\frac{3}{2}$

44. (QUESTÃO 11)

Considere os números complexos da forma **z(t) = 3ᵗ + t . i**, na qual **t** ∈ **R** e **i** é a unidade imaginária. Os pares ordenados **(x, y)**, em que **x** e **y** são, respectivamente, a parte real e a parte imaginária do número complexo **z**, definem o gráfico de uma função da forma **y=f(x)**.

A função representada pelo gráfico assim definido é classificada como:

A) linear

B) quadrática

C) exponencial

D) logarítmica

45. (QUESTÃO 12)

Os zeros do polinômio a seguir formam uma P.A.

$$\mathbf{p(x) = x^3 - 12x^2 + 44x - 48}$$

O conjunto solução da equação **p(x) = 0** pode ser descrito por:

A) {0, 4, 8}

B) {2, 4, 6}

C) {–1, 4, 9}

D) {–2, –4, –6}

46. (QUESTÃO 13)

Um foguete é lançado com velocidade igual a **180m/s**, e com um ângulo de inclinação de **60°** em relação ao solo. Suponha que sua trajetória seja retilínea e sua velocidade se mantenha constante ao longo de todo o percurso. Após cinco segundos, o foguete se encontra a uma altura de **x** metros, exatamente acima de um ponto no solo, a **y** metros do ponto de lançamento.

Os valores de **x** e **y** são, respectivamente:

A) 90 e $90\sqrt{3}$

B) $90\sqrt{3}$ e 90

C) 450 e $450\sqrt{3}$

D) $450\sqrt{3}$ e 450

47. (QUESTÃO 19)

Uma pista de corrida com **7,5km** de extensão tem a forma de uma curva circular fechada. Um ciclista é capaz de fazer o percurso completo em 20 minutos, enquanto um corredor o faz em meia hora. Considere que o ciclista e o corredor partam do mesmo ponto **A** da pista, no mesmo instante, ambos mantendo velocidades constantes ao longo de todo o percurso, porém deslocando-se em sentidos contrários.

O tempo mínimo necessário, em minutos, para que ambos voltem a se encontrar é igual a:

A) 10

B) 12

C) 13

D) 15

48. (QUESTÃO 21)

Um matemático, observando um vitral com o desenho de um polígono inscrito em um círculo, verificou que os vértices desse polígono poderiam ser representados pelas raízes cúbicas complexas do número **8**.

A área do polígono observado pelo matemático equivale a:

A) $\sqrt{3}$

B) $2\sqrt{3}$

C) $3\sqrt{3}$

D) $4\sqrt{3}$

49. (QUESTÃO 22)

Considere o seguinte número complexo:

$$\mathbf{z} = \frac{\mathbf{1 - i}}{\mathbf{1 + i\sqrt{3}}}$$

Ao escrever **z** na forma trigonométrica, os valores do módulo e do argumento serão, respectivamente, de:

A) $\sqrt{2}$ e $\frac{25\pi}{12}$

B) $\sqrt{2}$ e $\frac{17\pi}{12}$

C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\frac{25\pi}{12}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\frac{17\pi}{12}$

50. (QUESTÃO 23)

Numa auto-estrada verificou-se que a velocidade média do tráfego, **V**, entre meio-dia e seis horas da tarde, pode ser expressa pela seguinte função:

$$\mathbf{V(t) = at^3 + bt^2 + ct + 40}$$

Nesta função, **V** é medida em quilômetros por hora, **t** é o número de horas transcorridas após o meio-dia e **a**, **b** e **c** são constantes a serem determinadas. Verificou-se, ainda, que à 1 hora, às 5 horas e às 6 horas da tarde, as velocidades médias eram, respectivamente, **81km/h**, **65km/h** e **76km/h**. O número de vezes, em um determinado dia, em que a velocidade média do tráfego atinge **92km/h**, entre meio-dia e seis horas da tarde, é exatamente igual a:

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

51. (QUESTÃO 24)

Dois prismas regulares retos $\mathbf{P_1}$ e $\mathbf{P_2}$, o primeiro de base triangular e o outro de base hexagonal, têm a mesma área da base e a mesma área lateral.

A razão entre o volume de $\mathbf{P_1}$ e o de $\mathbf{P_2}$ equivale a:

A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) 1

52. (QUESTÃO ??)

Numa operação de salvamento marítimo, foi lançado um foguete sinalizador que permaneceu aceso durante toda a sua trajetória. Considere que a altura **h**, em metros, alcançada por este foguete, em relação ao nível do mar, é descrita por $\mathbf{h = 10 + 5t - t^2}$ é o tempo, em segundos, após seu lançamento. A luz emitida pelo foguete é útil apenas a partir de **14m** acima do nível do mar.

O intervalo de tempo, em segundos, no qual o foguete emite luz útil é igual a:

A) 3

B) 4

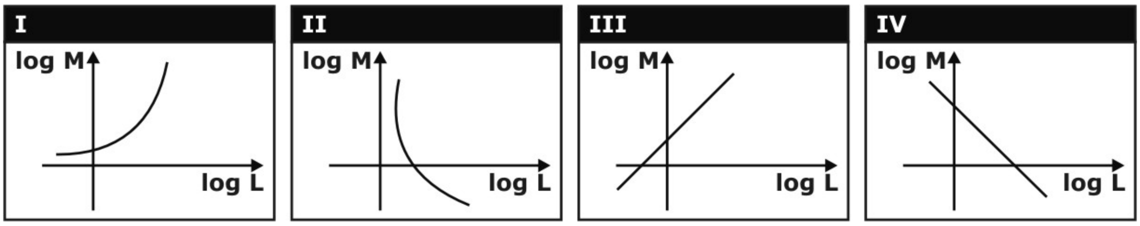
C) 5

D) 6

53. (QUESTÃO ??)

Um pesquisador, interessado em estudar uma determinada espécie de cobras, verificou que, numa amostra de trezentas cobras, suas massas **M**, em gramas, eram proporcionais ao cubo de seus comprimentos **L**, em metros, ou seja $\mathbf{M = a} \times \mathbf{L^3}$, em que **a** é uma constante positiva.

Observe os gráficos abaixo.



Aquele que melhor representa log M em função de log L é o indicado pelo número:

A) I

B) II

C) III

D) IV

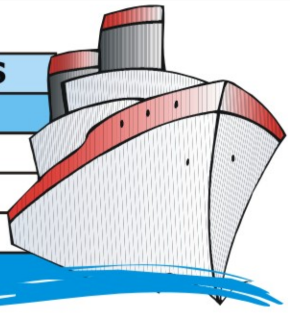
54. (QUESTÃO 26)

A Terra pode ser representada por uma esfera cujo raio mede **6.400km**.

Na representação acima, está indicado o trajeto de um navio do ponto **A** ao ponto **C**, passando por **B**.

Qualquer ponto da superfície da Terra tem coordenadas (**x; y**), em que **x** representa a longitude e **y**, a latitude. As coordenadas dos pontos **A**, **B** e **C** estão na tabela a seguir.

PONTOS	COORDENADAS	
	x	y
A	135°	0°
B	135°	60°
C	90°	60°



Considerando π igual a **3**, a distância mínima, em quilômetros, a ser percorrida pelo navio no trajeto **ABC** é igual a:

A) 11.200

B) 10.800

C) 8.800

D) 5.600

55. (QUESTÃO 08)

Uma população **P** de animais varia, aproximadamente, segundo a equação abaixo.

$$\mathbf{P = 800 - 100\ sen\ \frac{(t+3)\pi}{6}}$$

Considere que **t** é o tempo medido em meses e que 1º de janeiro corresponde a **t = 0**.

Determine, no período de 1º de janeiro a 1º de dezembro de um mesmo ano, os meses nos quais a população de animais atinge:

A) um total de 750;

B) seu número mínimo.

56. (QUESTÃO 09)

Um lago circular com diâmetro de **40m** e profundidade uniforme de **3m** tem **80%** de sua capacidade ocupada por água poluída que apresenta uma concentração de sais de mercúrio de **0,5kg por litro**. Uma indústria despeja no lago, a uma taxa de **10L** por segundo, água poluída com a mesma substância, porém com concentração de **1,5kg por litro**.

A) Considerando π **= 3**, calcule o número de horas necessário para que o lago fique totalmente cheio.

B) Supondo uma mistura homogênea, determine a concentração de sais de mercúrio no lago, no instante em que ele está cheio.

57. (QUESTÃO 01)

Terno pitagórico é a denominação para os três números inteiros que representam as medidas, com a mesma unidade, dos três lados de um triângulo retângulo.

Um terno pitagórico pode ser gerado da seguinte forma:

- escolhem-se dois números pares consecutivos ou dois números ímpares consecutivos;
- calcula-se a soma de seus inversos, obtendo-se uma fração cujos numerador e denominador representam as medidas dos catetos de um triângulo retângulo;

- calcula-se a hipotenusa.

A) Utilizando o procedimento descrito, calcule as medidas dos três lados de um triângulo retângulo, considerando os números pares **4** e **6**.

B) Considere **x** um número maior do que **1**, e que **(x−1)** e **(x+1)** representam dois pares ou dois ímpares consecutivos.

Demonstre que esses dois números geram um terno pitagórico.

58. (QUESTÃO 01)

O poliedro acima, com exatamente **trinta faces** quadrangulares numeradas de **1** a **30**, é usado como um dado, em um jogo.

Admita que esse dado seja perfeitamente equilibrado e que, ao ser lançado, cada face tenha a mesma probabilidade de ser sorteada.

Calcule:

A) a probabilidade de obter um número primo ou múltiplo de **5**, ao lançar esse dado uma única vez;

B) o número de vértices do poliedro.

59. (QUESTÃO 04)

O retângulo de ouro é utilizado em Arquitetura desde a Grécia Antiga.

A razão entre as medidas do maior e do menor lado desse retângulo é o número de ouro, representado por ϕ.

A) Sabendo que ϕ é uma das raízes da equação $x^2 = x + 1$, calcule o valor de ϕ.

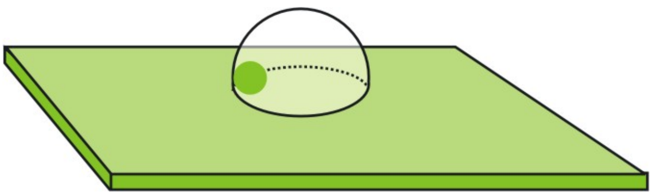
B) Observe as implicações abaixo.

$$\phi^2 = \phi + 1 \Rightarrow \begin{cases} \phi^3 = \phi^2 + \phi \Rightarrow \phi^3 = 2\phi + 1 \\ \phi^4 = \phi^3 + \phi^2 \Rightarrow \phi^4 = 3\phi + 2 \end{cases}$$

Determine todas as raízes complexas da equação $x^4 = 3x + 2$.

60. (QUESTÃO 05)

Uma cuba de superfície semi-esférica, com diâmetro de **8cm**, está fixada sobre uma mesa plana. Uma bola de gude de forma esférica, com raio igual a **1cm**, encontra-se sob essa cuba.



Desprezando a espessura do material usado para fabricar a cuba, determine:

A) a maior área, em **cm²**, pela qual a bola de gude poderá se deslocar na superfície da mesa;

B) o volume, em **cm³**, da maior esfera que poderia ser colocada embaixo dessa cuba.

61. (QUESTÃO 08)

João desenhou um mapa no quintal de sua casa, onde enterrou um cofre. Para isso, usou um sistema de coordenadas retangulares, colocando a origem O na base de uma mangueira, e os eixos **OX** e **OY** com sentidos oeste-leste e sul-norte, respectivamente. Cada ponto **(x, y)**, nesse sistema, é a representação de um número complexo $\mathbf{z = x + iy,\ x \in R,\ y \in R}$ e $\mathbf{i^2 = -1}$.

Para indicar a posição $\mathbf{(x_1, y_1)}$ e a distância **d** do cofre à origem, João escreveu a seguinte observação no canto do mapa:

$$\mathbf{x_1 + iy_1 = (1 + i)^9}$$

Calcule:

A) as coordenadas $(\mathbf{x_1, y_1})$;

B) o valor de **d**.

62. (QUESTÃO 09)

Alguns cálculos matemáticos ficam mais simples quando usamos identidades, tais como:

$\mathbf{a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)}$

$\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$

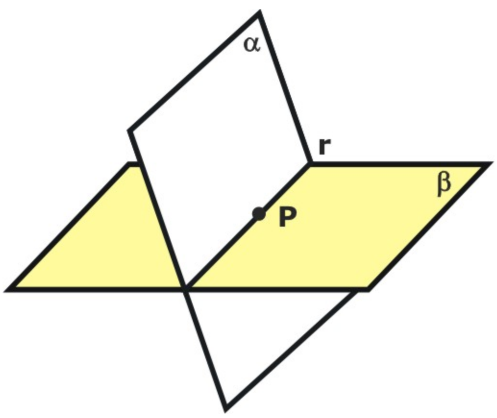
$\mathbf{a^3 + b^3 = (a + b)\,(a^2 - ab + b^2)}$

Considerando essas identidades, calcule os valores numéricos racionais mais simples das expressões:

A) $(57{,}62)^2 - (42{,}38)^2$

B) $\cos^6 15° + \text{sen}^6 15°$

63. (QUESTÃO 10)



Os planos secantes α e β acima podem representar em R^3 as equações $\begin{cases} \mathbf{2x - y - 4z = -1} \\ \mathbf{x + y + z = 4} \end{cases}$

A interseção desses planos é uma reta **r** que passa por um ponto **P (x,y,z)**.

Determine:

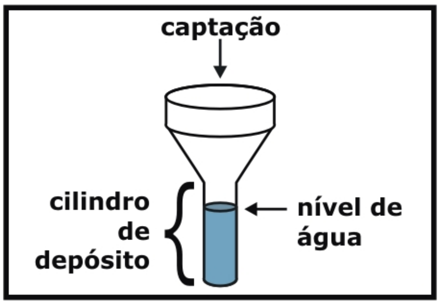
A) as coordenadas de **P**, considerando $\mathbf{z = 0}$;

B) um vetor unitário paralelo à reta **r**.

P73 Q27 (UERJ)

Para a obtenção do índice pluviométrico, uma das medidas de precipitação de água da chuva, utiliza-se um instrumento meteorológico denominado pluviômetro.

A ilustração abaixo representa um pluviomêtro com área de captação de **0,5 m²** e raio interno do cilindro de depósito de **10 cm**.



Considere que cada milímetro de água da chuva depositado no cilindro equivale a **1 L/m²**.

No mês de janeiro, quando o índice pluviométrico foi de **90 mm**, o nível de água no cilindro, em dm, atingiu a altura de, aproximadamente:

A) 15

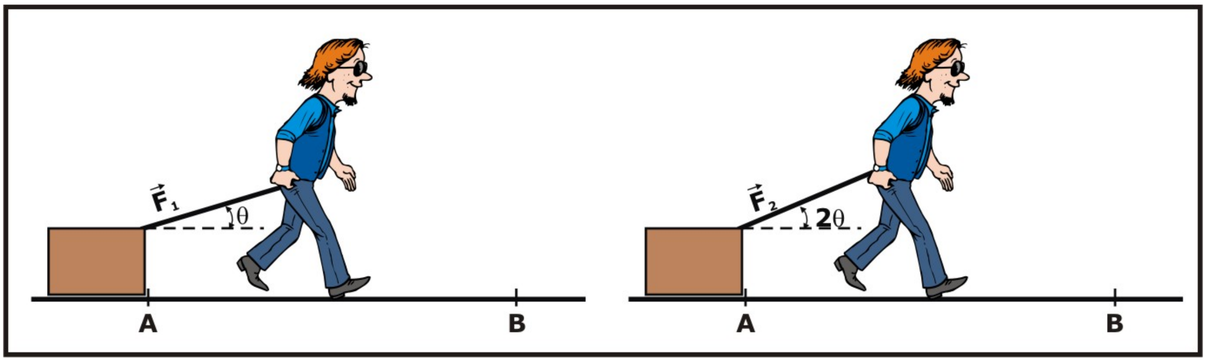
B) 25

C) 35

D) 45

P74 Q28 (UERJ)

Observe as situações abaixo, nas quais um homem desloca uma caixa ao longo de um trajeto **AB** de **2,5m**.



As forças **F_1** e **F_2**, exercidas pelo homem nas duas situações, têm o mesmo módulo igual a **0,4N** e os ângulos entre suas direções e os respectivos deslocamentos medem θ e **2**θ.

Se **k** é o trabalho realizado, em joules, por **F_1**, o trabalho realizado por **F2** corresponde a:

A) 2k

B) $\frac{k}{2}$

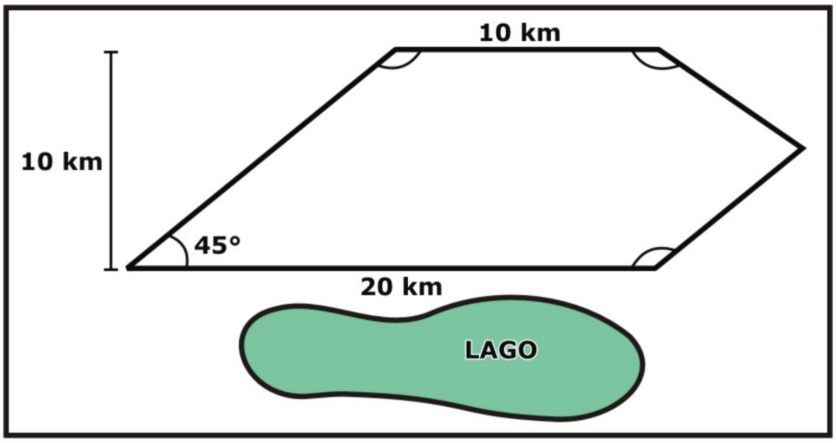
C) $\frac{k^2+1}{2}$

D) $2k^2-1$

UTILIZE AS INFORMAÇÕES ABAIXO PARA RESPONDER ÀS QUESTÕES DE NÚMEROS 37 A 40.

– Uma área agrícola, próxima a um lago, precisa ser adubada antes do início do plantio de hortaliças.

– O esquema abaixo indica as medidas do terreno a ser plantado. Os dois lados paralelos distam **10 km** e os três ângulos obtusos indicados são congruentes.



– Para corrigir a elevada acidez do solo, o produto recomendado foi o calcário **($CaCO_3$)**, na dosagem de **5 g/m²** de solo.

– Para a adubação do terreno, emprega-se um pulverizador com **40 m** de comprimento, abastecido por um reservatório de volume igual a **2,16 m³**, que libera o adubo à vazão constante de **1.200 cm³/s**. Esse conjunto, rebocado por um trator que se desloca à velocidade constante de
1 m/s, está representado na figura abaixo.

– A partir do início da adubação, a quantidade da água do lago passou a ser avaliada com regularidade.

P76 Q37 (UERJ)

A área do terreno a ser plantada é, em km², igual a:

A) 160

B) 165

C) 170

D) 175

P76. Q38 (UERJ)

Para corrigir a acidez do solo, a quantidade de matéria necessária, em mol de $\mathbf{CaCO_3}$, por km^2 de área a ser plantada, corresponde a:

A) $4,0 \times 10^6$

B) $5,0 \times 10^4$

C) $1,5 \times 10^3$

D) $2,5 \times 10^2$

P76. Q39 (UERJ)

Considere o reservatório do pulverizador completamente cheio de adubo.

A área máxima, em $\mathbf{m^2}$, que o trator pode pulverizar com todo esse adubo, é aproximadamente igual a:

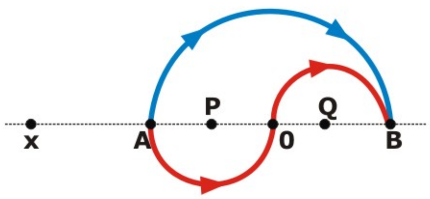
A) 18.000

B) 60.000

C) 72.000

D) 90.000

P82. Q42 (UERJ)



No esquema acima estão representadas as trajetórias de dois atletas que, partindo do **ponto X**, passam simultaneamente pelo **ponto A** e rumam para o **ponto B** por caminhos diferentes, com velocidades iguais e constantes. Um deles segue a trajetória de uma semicircunferência de **centro 0** e **raio 2R**. O outro percorre duas semicircunferências cujos centros são **P** e **Q**.

Considerando $\sqrt{2} = 1,4$, quando um dos atletas tiver percorrido $\frac{3}{4}$ do sue trajeto de **A** para **B**, a distância entre eles será igual a:

A) 0,4 R

B) 0,6 R

C) 0,8 R

D) 1,0 R

P84. Q2 (UERJ)

O preço dos produtos agrícolas oscila de acordo com a safra de cada um: mais baixo no período da colheita, mais alto na entressafra. Suponha que o preço aproximado **P**, em reais, do quilograma de tomates seja dado pela função $P(t) = 0{,}8 \times \text{sen}\left[\frac{2\pi}{360}(t-101)\right] + 2{,}7$, na qual **t** é o número de dias contados de1° de janeiro até 31 de dezembro de um determinado ano.

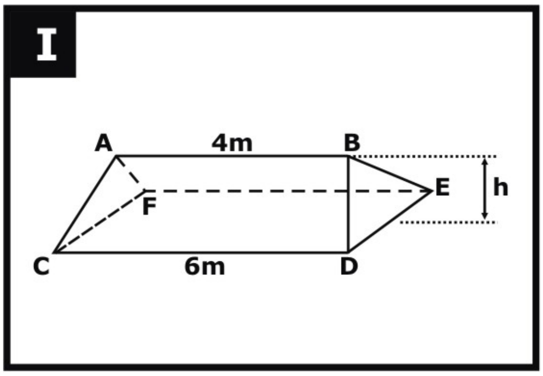
Para esse período de tempo, calcule:

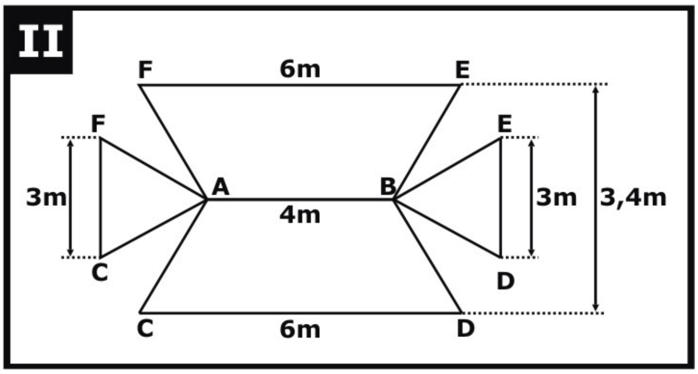
A) o maior e o menor preço do quilograma de tomates;

B) os valores **t** para os quais o preço **P** seja igual a **R$ 3,10**.

P85. Q3 (UERJ)

Observe as figuras a seguir:





A **figura I** mostra a forma do toldo de uma barraca, e a **figura II**, sua respectiva planificação, composta por dois trapézios isósceles congruentes e dois triângulos.

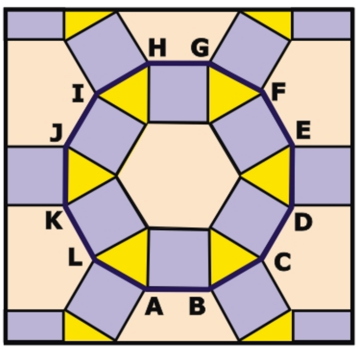
Calcule:

A) a distância **h** da aresta $\overline{AB}$ ao plano **CDEF**;

B) o volume do sólido de vértices **A**, **B**, **C**, **D**, **E** e **F**, mostrado na **figura I**, em função de **h**.

P85. Q4 (UERJ)

No toldo da barraca de seu Antônio, decorado com polígonos coloridos, destaca-se um dodecágono cujos vértices são obtidos a partir de quadrados construídos em torno de hexágono regular, conforme mostra o desenho abaixo.

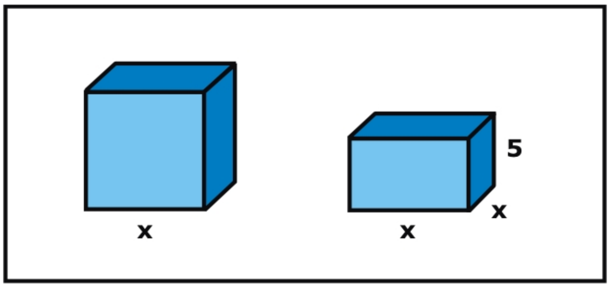


A) Demonstre que o dodecágono **ABCDEFGHIJKL** é um polígono regular.

B) Tomando o quadrado de lado $\overline{AB}$ como unidade de área, calcule a área desse dodecágono.

P86. Q5 (UERJ)

As figuras abaixo representam as formas e as dimensões, em decímetros, de duas embalagens: um cubo com aresta **x** e um paralelepípedo retângulo com arestas **x**, **x** e **5**.



A diferença entre as capacidades de armazenamento dessas embalagens, em **dm³**, é expressa por $x^3 - 5x^2 = 36$

Considerando essa equação,

A) demonstre que 6 é uma de suas raízes;

B) calcule as suas raízes complexas (não reais).

P.86 Q7 (UERJ)

A tabela a seguir apresenta os preços unitários de três tipos de frutas e os números de unidades vendidas de cada uma delas em um dia de feira.

FRUTAS	PREÇO POR UNIDADE (EM REAIS)	NÚMERO DE UNIDADES VENDIDAS
mamão	1	x
abacaxi	2	y
melão	3	z

A arrecadação obtida com a venda desses produtos pode ser calculada pelo produto escalar de $\vec{p} = (1,2,3)$ por $\vec{u} = (x,y,z)$.

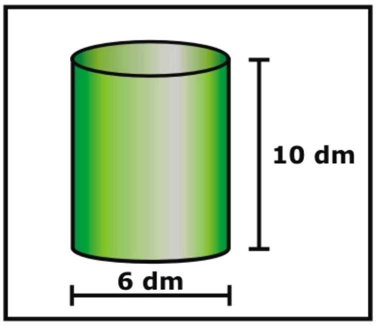
Determine:

A) o valor arrecadado, em reais, com a venda de dez mamões, quinze abacaxis e vinte melões;

B) o cosseno do ângulo formado pelos vetores $\vec{p}$ e $\vec{u}$, sabendo que **x**, **y** e **z** são respectivamente proporcionais a **3**, **2** e **1**.

P.89 Q25 (UERJ)

Em uma estação de tratamento de efluentes, um operador necessita preparar uma solução de sulfato de alumínio de concentração igual a **0,1 mol/L**, para encher um recipiente cilíndrico, cujas medidas internas, altura e diâmetro da base, estão indicadas na figura abaixo.



Considerando $\pi = \mathbf{3}$, a quantidade mínima de massa de sulfato de alumínio necessária para o operador realizar sua tarefa é, em gramas, aproximadamente igual a:

A) 3321

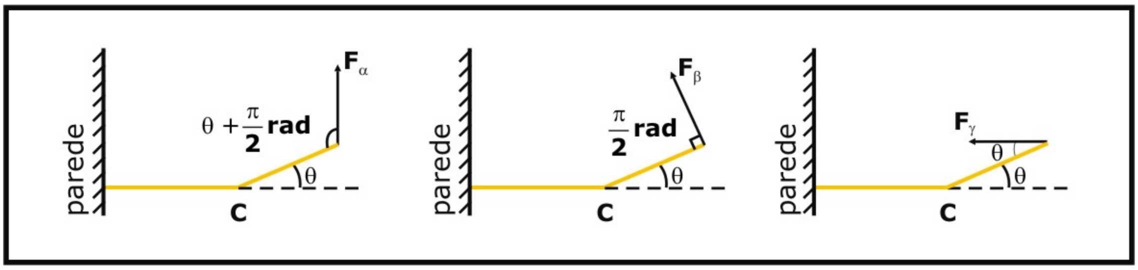
B) 4050

C) 8505

D) 9234

P89. Q26 (UERJ)

Como mostram os esquemas abaixo, uma barra fixa em uma parede e articulada em um ponto **C** pode ser mantida em equilíbrio pela aplicação das forças de intensidades $\mathbf{F_\alpha}$, $\mathbf{F_\beta}$ ou $\mathbf{F_\gamma}$.



Sabendo-se que $\theta < \frac{\pi}{4}\,\mathbf{rad}$, a relação entre essas forças corresponde a:

A) $F_\alpha = F_\beta = F_\gamma$

B) $F_\gamma < F_\alpha < F_\beta$

C) $F_\beta < F_\gamma < F_\alpha$

D) $F_\beta < F_\alpha < F_\gamma$

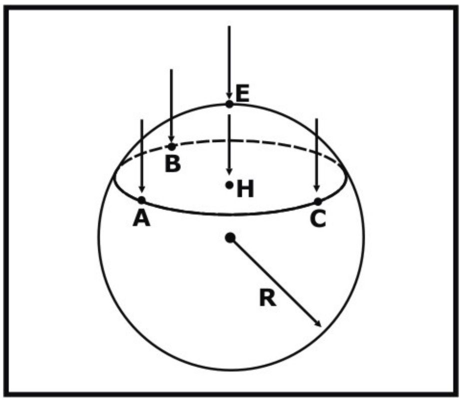
P91. Q29 (UERJ)

Para medir o **raio R** de curvatura de uma superfície esférica, usa-se um instrumento denominado esferômetro, mostrado na imagem abaixo.

Esse instrumento possui três pés, um parafuso regulável, um disco e uma régua graduados.

Conforme o esquema a seguir, os três pés determinam um triângulo equilátero **ABC**, e a extremidade **E** do parafuso passa pelo baricentro **H** desse triângulo.

Ao realizar uma medida, os pés e a extremidade do parafuso são apoiados na superfície esférica.



Admita que o lado triângulo **ABC** mede **6,8 cm** e que a extremidade **E** dista **1,0 cm** do baricentro **H**.

Considerando $\sqrt{3} = 1{,}7$, o raio de curvatura dessa superfície, em centímetros, equivale a:

A) 7,0

B) 7,5

C) 8,0

D) 8,5

P96. 42 (UERJ)

Sabe-se que cerca de **10%** da energia e da matéria disponíveis em organismos pertencentes a um determinado nível trófico são transferidos para os seres que ocupam o nível trófico imediatamente superior.

Admita que uma área eficientemente cultivada produza cereais em quantidade suficiente para alimentar cem pessoas durante um ano.

O número de pessoas alimentadas pela carne de todo o gado que pudesse ser criado nessa área, também em condições ideais e no mesmo período, seria aproximadamente de:

A) 10^0

B) 10^1

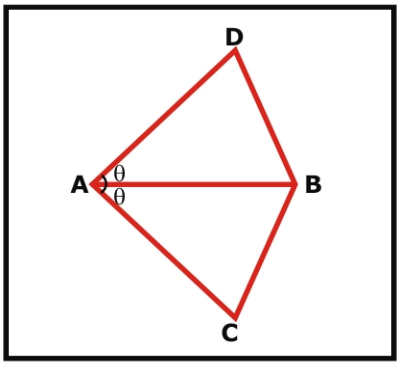
C) 10^2

D) 10^3

P98. Q24 (UERJ)

A imagem mostra uma pessoa em uma asa-delta.

O esquema abaixo representa a vela da asa-delta, que consiste em dois triângulos isósceles **ABC** e **AB**D congruentes, com **AC = AB = AD**. A medida de **AB** corresponde ao comprimento da quilha. Quando esticada em um plano, essa vela forma um ângulo **CÂD=2**θ.



Supondo que, para planar, a relação ideal seja de **10dm²** de vela para cada **0,5 kg** de massa total. Considere, agora, uma asa-delta de **15kg** que planará com uma pessoa de **75kg**.

De acordo com a relação ideal, o comprimento da quilha, em metros, é igual á raiz quadrada de:

A) 9 cos θ

B) 18 cos θ

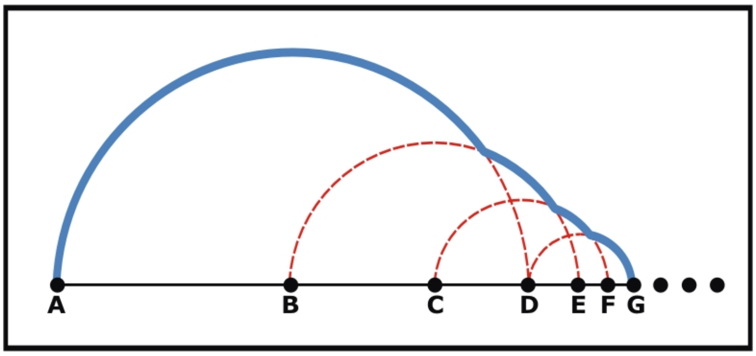
C) $\dfrac{9}{\cos\theta}$

D) $\dfrac{18}{\text{sen}\theta}$

P99. Q27 (UERJ)

A figura a seguir mostra um molusco Triton tritonis sobre uma estrela do mar.

Um corte transversal nesse molusco permite visualizar, geometricamente, uma sequência de semicírculos. O esquema abaixo indica quatro desses semicírculos.



Admita que as medidas dos raios $(\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FG}, ...)$ formem uma progressão tal que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} = ...$$

Assim, considerando $\overline{AB} = 2$, a soma $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + ...$ será equivalente a:

A) $2 + \sqrt{3}$

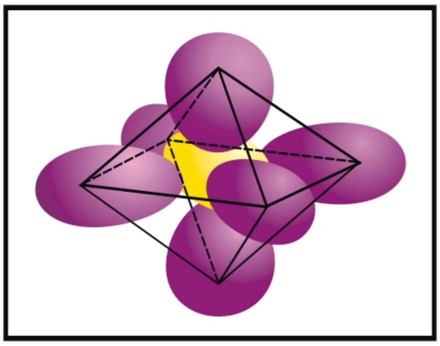
B) $2 + \sqrt{5}$

C) $3 + \sqrt{3}$

D) $3 + \sqrt{5}$

P101. Q38 (UERJ)

A molécula do hexafluoreto de enxofre (**SF_6**) tem a forma geométrica de um octaedro regular. Os centros dos átomos de fluor correspondem aos vértices do octaedro, e o centro do átomo de enxofre corresponde ao centro desse sólido, como ilustra a figura abaixo.



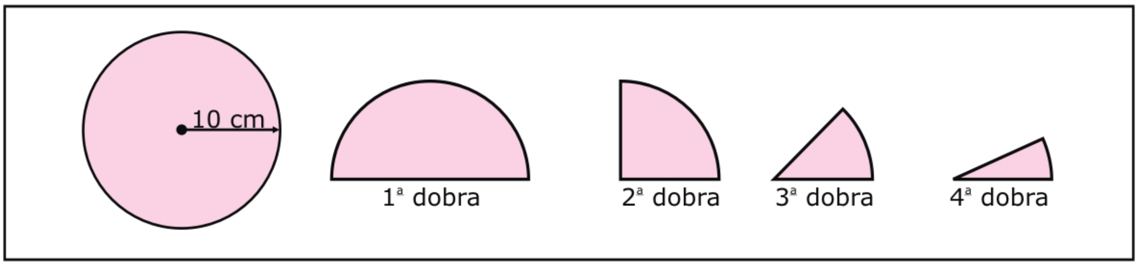
Considere que a distância entre o centro de um átomo de flúor e o centro do átomo de enxofre seja igual a **1,53 Å**.

Assim, a medida da aresta desse octaedro, em **Å**, é aproximadamente igual a:

A) 1,53
B) 1,79
C) 2,16
D) 2,62

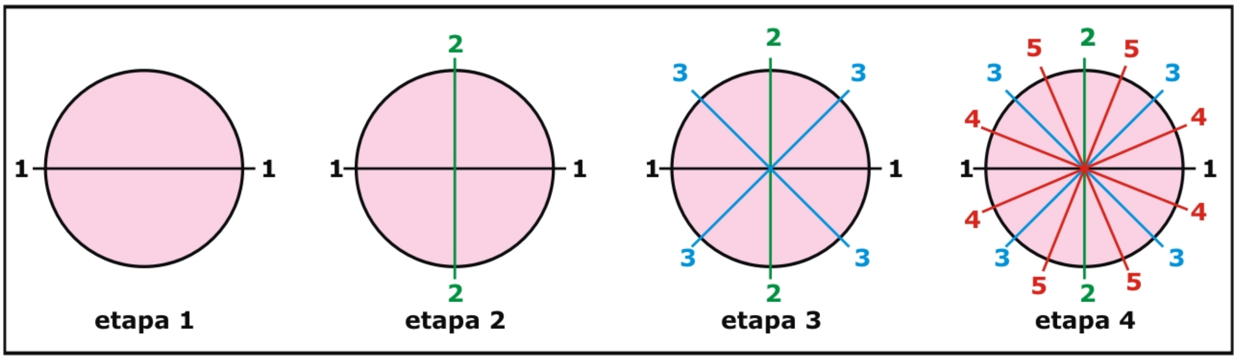
P103. ENUNCIADO (UERJ)

João recorta um círculo de papel com **10 cm** de raio. Em seguida, dobra esse recorte ao meio várias vezes, conforme ilustrado abaixo.



Depois de fazer diversas dobras, abre o papel e coloca o número 1 nas duas extremidades da primeira dobra. Sucessivamente, no meio de cada um dos arcos formados pelas dobras anteriores, João escreve a soma dos números que estão nas extremidades de cada arco.

As figuras a seguir ilustram as quatro etapas iniciais desse processo.



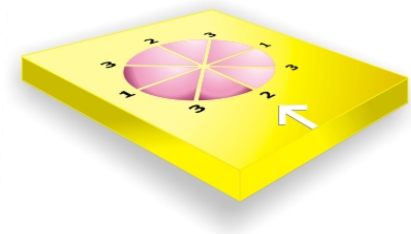
P103. Q3 (UERJ)

João continuou o processo de dobradura, escrevendo os números, conforme a descrição acima, até concluir dez etapas.

Calcule a soma de todos os números que estarão descritos na etapa 10.

P103. Q4 (UERJ)

A figura correspondente à etapa **3** foi colada em uma roleta, que após ser girada pode parar, ao acaso, em apenas oito posições distintas. Uma seta indica o número correspondente a cada posição, como ilustra a figura abaixo.

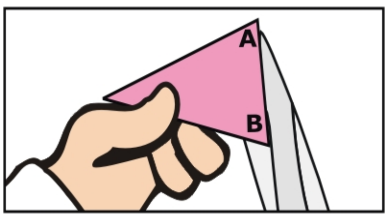


João girou a roleta duas vezes consecutivas e anotou os números indicados pela seta após cada parada.

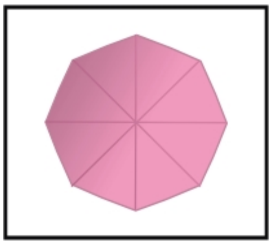
Calcule a probabilidade de a soma desses números ser par.

P103. Q5 (UERJ)

Considere que João recortou a dobradura referente a figura da etapa 3 na linha que corresponde à corda AB indicada abaixo.



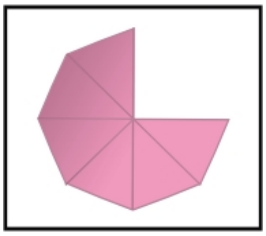
Ele verificou, ao abrir o papel sem o pedaço recortado, que havia formado o seguinte polígono:



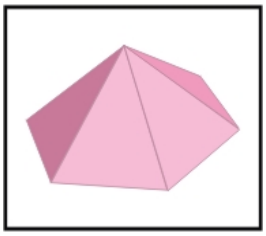
Calcule a área da parte do círculo que foi retirada pelo corte.

P103. Q6 (UERJ)

Considere, novamente, o polígono formado por João, do qual são retirados dois triângulos isósceles.



Com os triângulos restantes é possível formar a superfície lateral de uma pirâmide hexagonal regular.



Calcule as medidas da altura e da aresta da base dessa pirâmide.

P108. Q29 (UERJ)

Um recipiente cilíndrico de base circular, com raio ***R***, contém uma certa quantidade de líquido até um nível $\mathbf{h_o}$.

Uma estatueta de massa m e densidade ρ , depois de completamente submersa nesse líquido, permanece em equilíbrio no fundo do recipiente. Em tal situação, o líquido alcança um novo nível *h*.

A variação (h-h_o) dos níveis do líquido, quando todas as grandezas estão expressas no Sistema Internacional de Unidades, corresponde a:

A) $\dfrac{\mathbf{m}\rho}{\pi\mathbf{R}^2}$

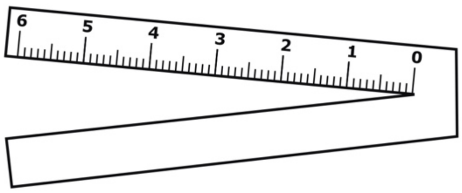
B) $\dfrac{\mathbf{m}^2}{\rho^2\pi\mathbf{R}^3}$

C) $\dfrac{\mathbf{m}}{\rho\pi\mathbf{R}^2}$

D) $\dfrac{\pi\rho\mathbf{R}^4}{\mathbf{m}}$

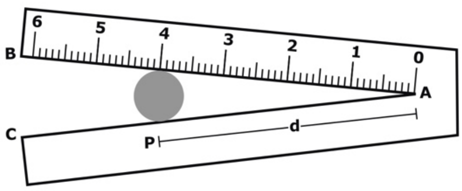
P111. Q43 (UERJ)

A ilustração abaixo mostra um instrumento, em forma de **V**, usado para medir o diâmetro de fios elétricos.



Para efetuar a medida, basta inserir um fio na parte interna do **V** e observar o ponto da escala que indica a tangência entre esse fio e o instrumento. Nesse ponto, lê-se o diâmetro do fio, em milímetros.

Considere agora, a ilustração a seguir, que mostra a seção reta de um fio de **4mm** de diâmetro inserido no instrumento.



Se o ângulo **BÂC** do instrumento mede **12°**, a distância **d**, em milímetros, do ponto **A** ao ponto de tangência **P** é igual a:

A) $\dfrac{2}{\cos 12^0}$

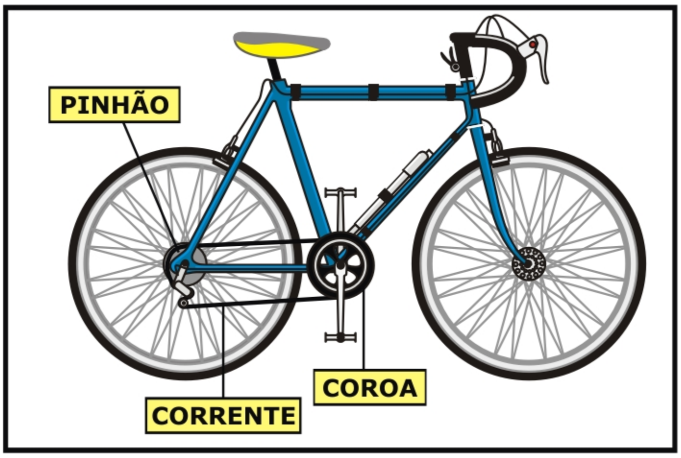
B) $\dfrac{6}{\text{sen}12^0}$

C) $\dfrac{6}{\cos 6^0}$

D) $\dfrac{2}{\text{tg}6^0}$

P112.

Uma bicicleta de marchas tem três engrenagens na coroa, que giram com o pedal, e seis engrenagens no pinhão, que giram com a roda traseira. Observe a bicicleta abaixo e as tabelas que apresentam os números de dentes de cada engrenagem, todos de igual tamanho.



Engrenagens da coroa	Número de dentes
1ª	49
2ª	39
3ª	27

Engrenagens do pinhão	Número de dentes
1ª	14
2ª	16
3ª	18
4ª	20
5ª	22
6ª	24

Cada marcha é uma ligação, feita pela corrente, entre uma engrenagem da coroa e uma do pinhão.

P112. Q26 (UERJ)

Suponha que uma das marchas foi selecionada para a bicicleta atingir a maior velocidade possível. Nessa marcha, a velocidade angular da roda traseira é $\mathbf{W_R}$ e a da coroa é $\mathbf{W_C}$.

A razão $\frac{W_R}{W_C}$ equivale a:

A) $\frac{7}{2}$

B) $\frac{9}{8}$

C) $\frac{27}{14}$

D) $\frac{49}{24}$

P112. Q27 (UERJ)

Um dente da 1ª engrenagem da coroa quebrou. Para que a corrente não se desprenda com a bicicleta em movimento, admita que a engrenagem danificada só deva ser ligada à 1ª ou à 2ª engrenagem do pinhão.

Nesse caso, o número máximo de marchas distintas, que podem ser utilizadas para movimentar a bicicleta, é de:

A) 10

B) 12

C) 14

D) 16

P113. Q29 (UERJ)

Uma balsa, cuja forma é um paralelepípedo retângulo, flutua em um lago de água doce. A base de seu casco, cujas dimensões são iguais a **20m** de comprimento e **5m** de largura, está paralela à superfície livre da água e submersa a uma distância $\mathbf{d_o}$ dessa superfície.

Admita que a balsa é carregada com **10** automóveis, cada um pesando **1.200 kg**, de modo que a base do casco permaneça paralela à superfície livre da água, mas submersa a uma distância **d** dessa superfície.

Se a densidade da água é $\mathbf{1{,}0\times10^3\ kg/m^3}$, a variação $\mathbf{(d - d_0)}$, em centímetros, é de:

A) **2**

B) **6**

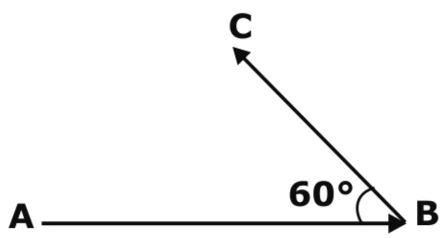
C) **12**

D) **24**

P115. Q33 (UERJ)

Duas partículas **X** e **Y**, em movimento retilíneo uniforme, têm velocidades respectivamente iguais a **0,2 km/s** e **0,1 km/s**.

Em um certo instante $\mathbf{t_1}$, **X** está na posição **A** e **Y** na posição **B**, sendo a distância entre ambas de **10 km**. As direções e os sentidos dos movimentos das partículas são indicados pelos segmentos orientados $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ e $\overrightarrow{\mathbf{BC}}$, e o ângulo $\mathbf{A\hat{B}C}$ mede **60°**, conforme o esquema.



Sabendo-se que a distância mínima entre **X** e **Y** vai ocorrer em um instante $\mathbf{t_2}$, o valor inteiro mais próximo de $\mathbf{t_2 - t_1}$, em segundos, equivale a:

A) 24

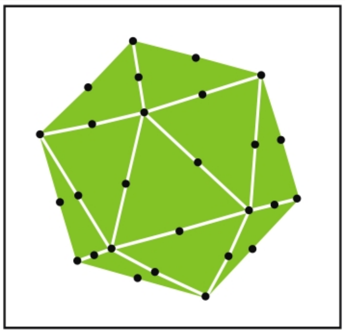
B) 36

C) 50

D) 72

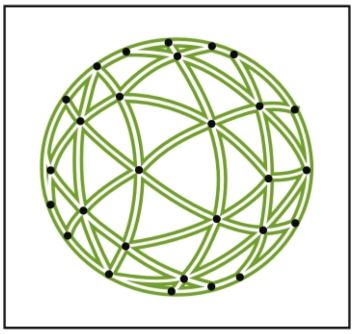
P116. Q36 (UERJ)

Considere o icosaedro abaixo, construído em plástico inflável, cujos vértices e pontos médios de todas as arestas estão marcados.

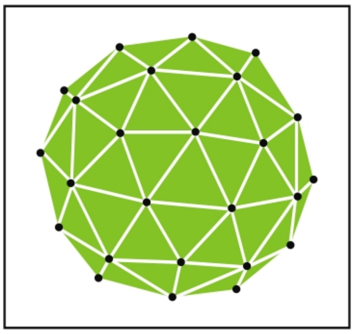


A partir dos pontos médios, quatro triângulos equiláteros congruentes, foram formados em cada face do icosaedro.

Admita que o icosaedro é inflado até que todos os pontos marcados fiquem sobre a superfície de uma esfera, e os lados dos triângulos tornem-se arcos de circunferências, como ilustrado a seguir:



Observe agora que, substituindo-se esses arcos por segmentos de reta, obtém-se uma nova estrutura poliédrica de faces triangulares, denominada geodésica.



O número de arestas dessa estrutura é igual a:

A) 90

B) 120

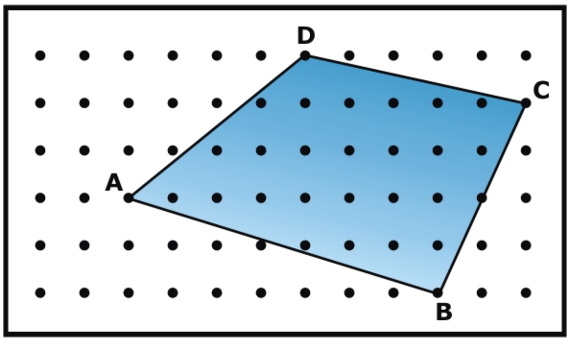
C) 150

D) 180

P117. Q2 (UERJ)

Um tabuleiro retangular com pregos dispostos em linhas e colunas igualmente espaçadas foi usado em uma aula sobre área de polígonos.

A figura abaixo representa o tabuleiro com um elástico fixado em quatro pregos indicados pelos pontos **A**, **B**, **C** e **D**.

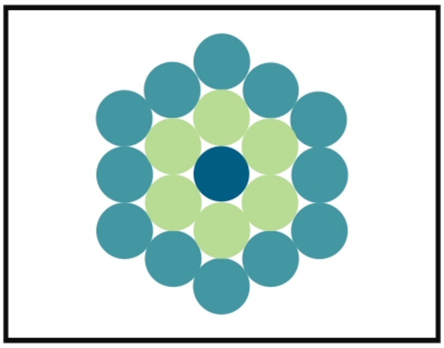


Considere ***u*** a unidade de área equivalente ao menor quadrado que pode ser construído com vértices em quatro pregos do tabuleiro.

Calcule, em ***u***, a área do quadrilátero **ABCD** formado pelo elástico.

P118. Q5 (UERJ)

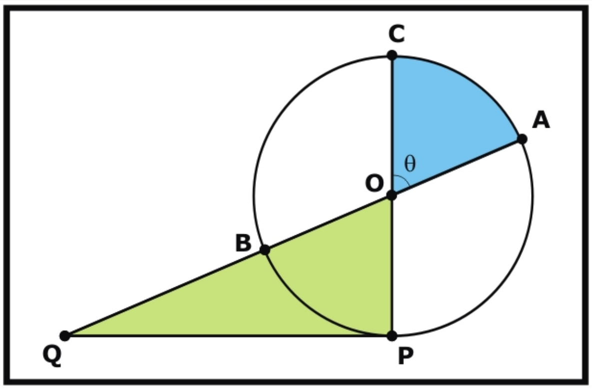
Moedas idênticas de **10 centavos** de real foram arrumadas sobre uma mesa, obedecendo à disposição apresentada no desenho: uma moeda no centro e as demais formando camadas tangentes.



Considerando que a última camada é composta por **84 moedas**, calcule a quantia, em reais, do total de moedas usadas nessa arrumação.

P119. Q6 (UERJ)

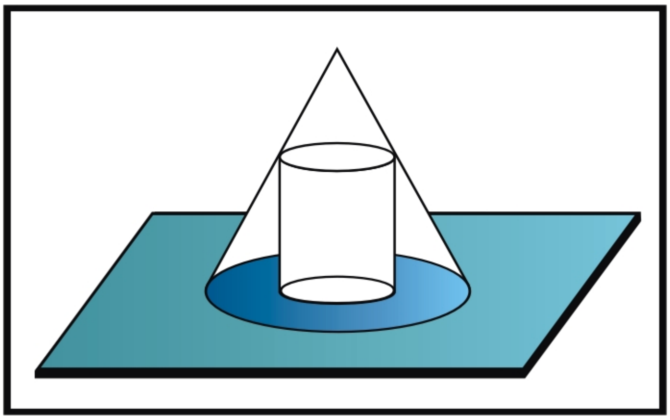
Considere um setor circular **AOC**, cujo ângulo central θ é medido em radianos. A reta que tangencia o círculo no extremo **P** do diâmetro **CP** encontra o prolongamento do diâmetro **AB** em um ponto **Q**, como ilustra a figura.



Sabendo que o ângulo θ satisfaz a igualdade $\mathbf{tg}\,\theta = \mathbf{2}\,\theta$, calcule a razão entre a área do setor **AOC** e a área do triângulo **OPQ**.

P120. Q8 (UERJ)

Um cilindro circular reto é inscrito em um cone, de modo que os eixos desses dois sólidos sejam colineares, conforme representado na ilustração abaixo.



A altura do cone e o diâmetro da sua base medem, cada um, **12 cm**.

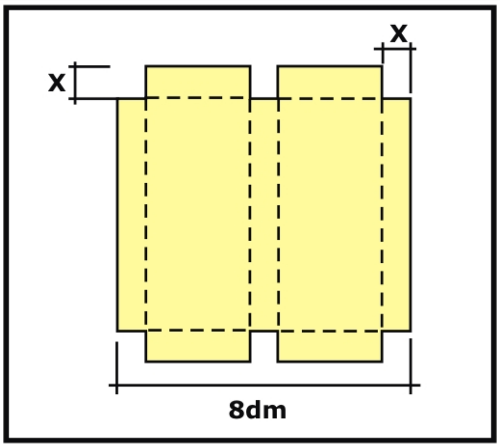
Admita que as medidas, em centímetros, da altura e do raio do cilindro variem no intervalo **]0 ;12[** de modo que ele permaneça inscrito nesse cone.

Calcule a medida que a altura do cilindro deve ter para que sua área lateral seja máxima.

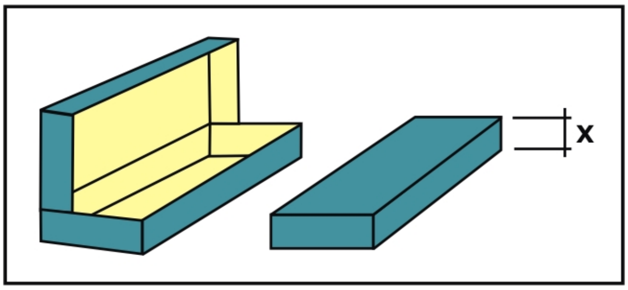
P120. Q9 (UERJ)

Para fazer uma caixa, foi utilizado um quadrado de papelão de espessura desprezível e 8 dm de lado, do qual foram recortados e retirados seis quadrados menores de lado x.

Observe a ilustração.



Em seguida, o papelão foi dobrado nas linhas pontilhadas, assumindo a forma de um paralelepípedo retângulo, de altura **x**, como mostram os esquemas.



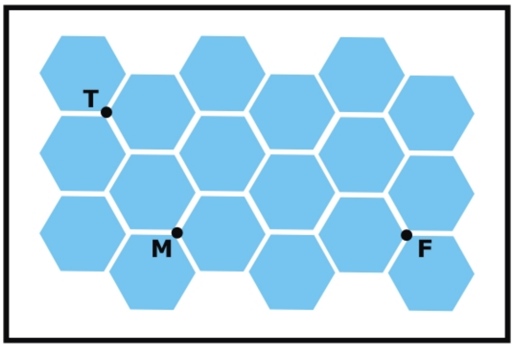
Quando **x = 2 dm**, o volume da caixa é igual a **8 dm³**.

Determine outro valor de **x** para que a caixa tenha volume igual a **8 dm³**.

P122. Q27 (UERJ)

Um piso plano é revestido de hexágonos regulares congruentes cujo lado mede **10 cm**.

Na ilustração de parte desse piso, **T**, **M** e **F** são vértices comuns a **três hexágonos** e representam os pontos nos quais se encontram respectivamente, um torrão de açúcar, uma mosca e uma formiga.



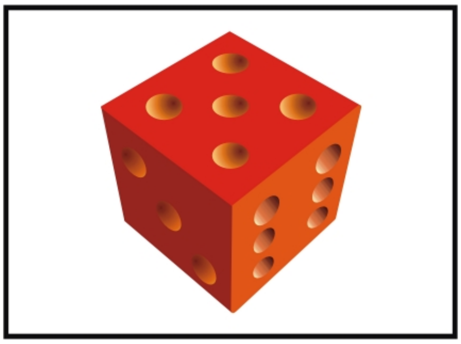
Ao perceber o açúcar, os dois insetos partem no mesmo instante, com velocidades constantes, para alcançá-lo. Admita que a mosca leve **10 segundos** para atingir o **ponto T**. Despreze o espaçamento entre os hexágonos e as dimensões dos animais.

A menor velocidade, em centímetros por segundo, necessária para que a formiga chegue ao ponto **T** no mesmo instante em que a mosca, é igual a:

A) 3,5
B) 5,0
C) 5,5
D) 7,0

P123. Q33 (UERJ)

Observe o dado ilustrado abaixo, formado a partir de um cubo, e com suas seis faces numeradas de **1** a **6**.



Esses números são representados por buracos deixados por semi-esferas idênticas retiradas de cada uma das faces. Todo o material retirado equivale a **4,2%** do volume total do cubo.

Considerando π **=3**, a razão entre a medida da aresta do cubo e a do raio de uma das semi-esferas, expressas na mesma unidade, é igual a:

A) 6
B) 8
C) 9
D) 10

P124. Q42 (UERJ)

Os gráficos **1** e **2** representam a posição **S** de dois corpos em função do tempo **t**.

No gráfico **1**, a função horária é definida pela equação $\mathbf{S = 2 + \frac{1}{2}t}$.

Assim, a equação que define o movimento representado pelo **gráfico 2** corresponde a:

A) $S = 2 + t$

B) $S = 2 + 2t$

C) $S = 2 + \frac{4}{3}t$

D) $S = 2 + \frac{6}{5}t$

P125. Q27 (UERJ)

Duas bolas isopor, $\mathbf{B_1}$ e $\mathbf{B_2}$, esféricas e homogêneas, flutuam em uma piscina. Seus volumes submersos correspondem, respectivamente, a $\mathbf{V_1}$ e $\mathbf{V_2}$, e seus raios obedecem à relação $\mathbf{R_1=2R_2}$.

A razão $\frac{V_1}{V_2}$ entre os volumes submersos é dada por:

A) 2

B) 3

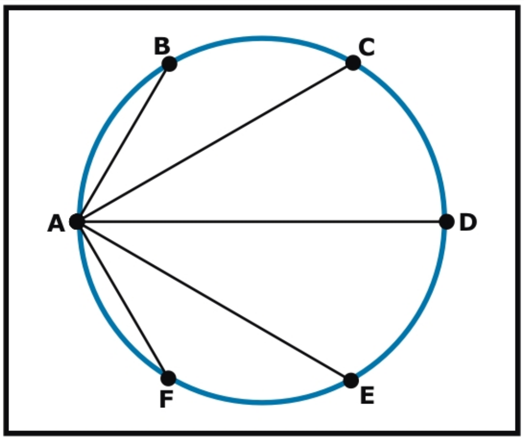
C) 4

D) 8

P126. Q28 (UERJ)

Um atleta faz seu tratamento de corrida em uma pista circular que tem **400 metros** de diâmetro. Nessa pista, há seis cones de marcação indicados pelas letras **A**, **B**, **C**, **D**, **E** e **F**, que dividem a circunferência em seis arcos, cada um medindo **60 graus**.

Observe o esquema:



O atleta partiu do ponto correspondente ao **cone A** em direção a cada um dos outros cones, sempre correndo em linha reta e retornando ao **cone A**. Assim, seu percurso correspondeu a **ABACADAEAFA**.

Considerando $\sqrt{3} = 1{,}7$, o total de metros percorridos pelo atleta nesse treino foi igual a:

A) 1480

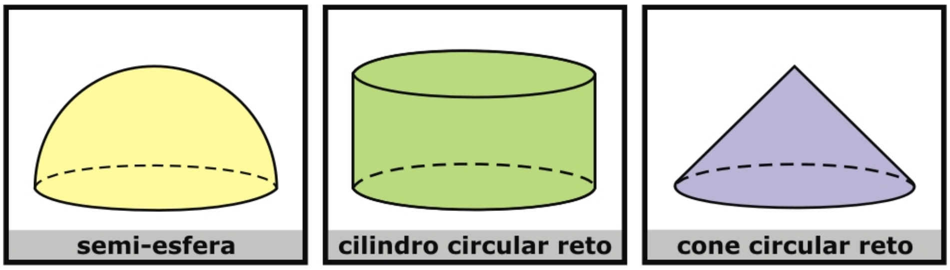
B) 2960

C) 3080

D) 3120

P128. Q41 (UERJ)

Nas ilustrações abaixo, estão representados três sólidos de bases circulares, todos com raios iguais e mesma altura. Considere as medidas dos raios iguais às medidas das alturas, em centímetros:



As massas específicas de quatro substâncias, três das quais foram empregadas na construção desses sólidos, estão indicadas na tabela:

substâncias	massa específica ($g.cm^3$)
w	2
x	3
y	4
z	6

Admita que os sólidos tenham a mesma massa e que cada um tenha sido construído com apenas uma dessas substâncias.

De acordo com esses dados, o cone circular reto foi construído com a seguinte substância:

A) w

B) x

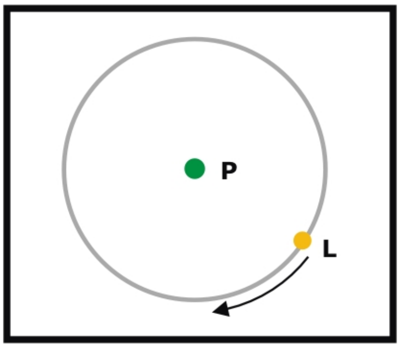
C) y

D) z

P128. Q43 (UERJ)

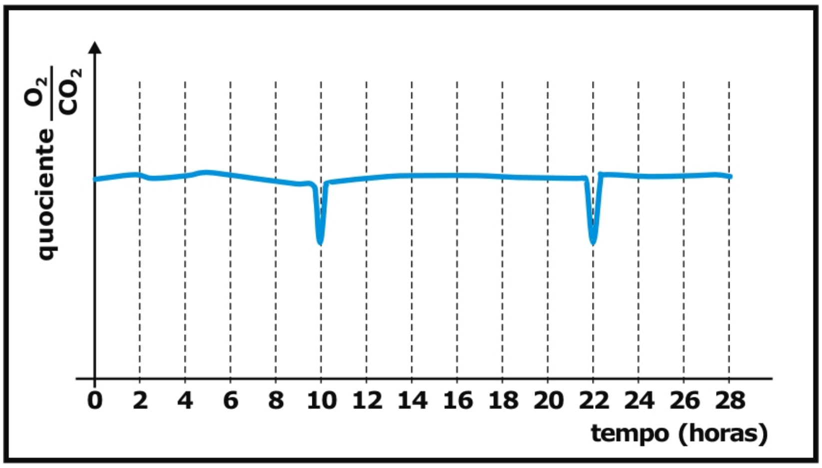
Uma pequena planta é colocada no **centro P** de um círculo, em um ambiente cuja única iluminação é feita por uma **lâmpada L**. A lâmpada é mantida sempre acesa e percorre o perímetro desse círculo, no sentido horário, em velocidade constante, retornando a um mesmo ponto a cada período de **12 horas**.

Observe o esquema:



No interior desse círculo, em um **ponto O**, há um obstáculo que projeta sua sombra sobre a planta nos momentos em que **P**, **O** e **L** estão alinhados, e o **ponto O** está entre **P** e **L**.

Nessas condições, mediu-se, continuamente, o quociente entre as taxas de emissão de O_2 e de CO_2 da planta. Os resultados do experimento estão mostrados no gráfico, no qual a hora zero corresponde ao momento em que a lâmpada passa por um **ponto A**.



As medidas, em graus, dos ângulos formados entre as retas $\overline{AP}$ e $\overline{PO}$ são aproximadamente iguais a:

A) 20 e 160

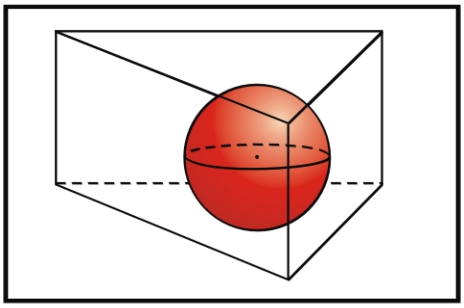
B) 30 e 150

C) 60 e 120

D) 90 e 90

P130. Q4 (UERJ)

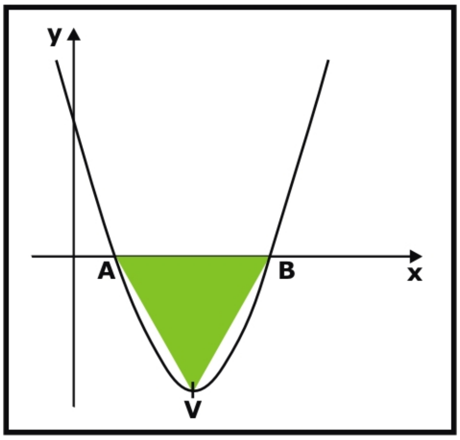
A figura abaixo representa uma caixa, com a forma de um prisma triangular regular, contendo uma bola perfeitamente esférica que tangencia internamente as cinco faces do prisma.



Admitindo $\pi = 3$, determine o valor aproximado da porcentagem ocupada pelo volume da bola em relação ao volume da caixa.

P131. Q5 (UERJ)

Observe a parábola de **vértice V**, gráfico da função quadrática definida por $y = ax^2 + bx + c$, que corta o eixo das abscissas nos pontos **A** e **B**.

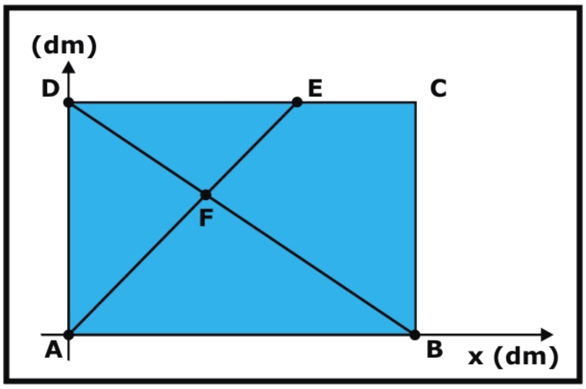


Calcule o valor numérico de $\Delta = b^2 - 4ac$, sabendo que o triângulo **ABV** é equilátero.

P131. Q6 (UERJ)

Em uma folha de fórmica retangular **ABCD**, com **15 dm** de comprimento $\overline{\mathbf{AB}}$ por **10 dm** e largura $\overline{\mathbf{AD}}$, um marceneiro traça dois segmentos de reta, $\overline{\mathbf{AE}}$ e $\overline{\mathbf{BD}}$. No **ponto F**, onde o marceneiro pretende fixar um prego, ocorre a interseção desses segmentos.

A figura abaixo representa a folha de fórmica no primeiro quadrante de um sistema de eixos coordenados.



Considerando a medida do segmento $\overline{\mathbf{EC}}$ igual a **5 dm**, determine as coordenadas do **ponto F**.

P131. Q7 (UERJ)

Uma sequência de três números não nulos **(a, b, c)** está em progressão harmônica se seus inversos $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}\right)$, nesta ordem, formam uma progressão aritmética.

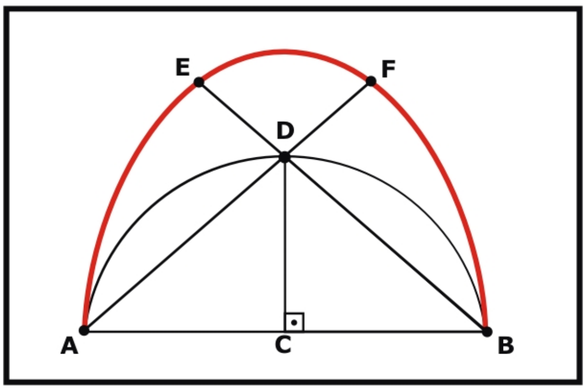
As raízes da equação a seguir, de **incógnita x**, estão em progressão harmônica

$$x^3 + mx^2 + 15x - 25 = 0$$

Considerando o conjunto dos números complexos, apresente todas as raízes equação.

P131. Q8 (UERJ)

Observe a curva **AEFB** desenhada abaixo.



Analise os passos seguidos em sua construção:

1º) traçar um semicírculo de diâmetro $\overline{AB}$ com centro **C** e **raio 2 cm**;

2º) traçar o segmento $\overline{CD}$, perpendicular a $\overline{AB}$, partindo do **ponto C** e encontrando o **ponto D**, pertencente ao arco **AB**;

3º) construir o arco circular **AE**, de raio $\overline{AB}$ e **centro B**, sendo **E** a interseção com o prolongamento do segmento $\overline{BD}$, no sentido **B** para **D**;

4º) construir o arco circular **BF**, de raio $\overline{AB}$ e **centro A**, sendo **F** a interseção com o prolongamento do segmento $\overline{AD}$, no sentido **A** para **D**;

5º) desenhar o arco circular **EF** com centro **D** e raio $\overline{DE}$.

Determine o comprimento, em centímetros, da curva **AEFB**.

P131. Q10 (UERJ)

CONSIDERE O TEOREMA E OS DADOS A SEGUIR PARA A SOLUÇÃO DESTA QUESTÃO.

Se α, β e $\alpha+\beta$ são três ângulos diferentes de $\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k \in Z$, então

$$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-(tg\alpha)(tg\beta)}.$$

a, **b** e **c** são três ângulos agudos, sendo **tgb = 2** e $\mathbf{tg(a+b+c)=\frac{4}{5}}$.

Calcule **tg(a−b+c)**.

EXAME DISCURSIVO – 2001 UERJ - 01

01. Um grupo de alunos de uma escola deveria visitar o Museu de Ciência e o Museu de História da cidade. Quarenta e oito alunos foram visitar pelo menos um desses museus. **20%** dos que foram ao de Ciência visitaram o de História e **25%** dos que foram ao de História visitaram também o de Ciência.

Calcule o número de alunos que visitaram os dois museus.

02. O coquetel preferido de João tem **15%** de álcool e é uma mistura de tequila e cerveja.

No bar onde pediu que lhe preparassem esse coquetel, a tequila e a cerveja tinham, respectivamente, **40%** e **5%** de álcool.

Calcule a razão entre os volumes de tequila e cerveja usados nessa mistura.

03. Os números **204**, **782** e **255** são divisíveis por **17**.

Considere o determinante de ordem **3** abaixo:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 7 & 8 & 2 \\ 2 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

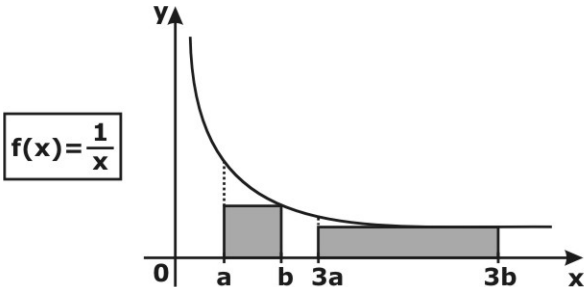
Demonstre que esse determinante é divisível por 17.

04. Observe a tabela de Pitágoras.

3	4	5
6	8	10
9	12	15
12	16	20
....	....	....

Calcule a soma de todos os números desta tabela até a vigésima linha.

05. Considere a função **f**, definida para todo **x** real positivo, e seu respectivo gráfico.



Se **a** e **b** são dois números positivos **(a < b)**, a área do retângulo de vértices **(a,0)**, **(b,0)** e **(b, f(b))** é igual a **0,2**.

Calcule a área do retângulo de vértices (3a, 0), (3b, 0) e (3b, f(3b)).

07. Uma indústria produz três tipos de correntes.

A tabela abaixo indica os preços praticados para uma produção total de **100m**.

TIPOS	PRODUÇÃO (metros)	PREÇO POR METRO (R$)	
		CUSTO	VENDA
I	x	2,00	3,00
II	y	4,00	5,00
III	z	5,00	P
TOTAL	100	320,00	460,00

A quantidade **z** de metros produzidos da corrente do **tipo III** é um número inteiro.

Se 5 < P ≤ 10, calcule os possíveis valores inteiros de P.

09. Uma prova é composta por **6** questões com **4** alternativas de resposta cada uma, das quais apenas **uma** delas é **correta**.

Cada resposta correta corresponde a **3** pontos ganhos; cada erro ou questão não respondida, a **1** ponto perdido.

Calcule a probabilidade de um aluno que tenha respondido aleatoriamente a todas as questões obter um total de pontos exatamente igual a 10.

12. O volume de água em um tanque varia com o tempo de acordo com a seguinte equação:

$$V = 10 - |4 - 2t| - |2t - 6| \text{ , } t \in \mathbb{R}_+$$

Nela, **V** é o volume medido em **m³** após **t** horas, contadas a partir de **8h** de uma manhã.

Determine os horários inicial e final dessa manhã em que o volume permanece constante.

13. Considere dois números naturais **ab** e **cd** em que **a**, **b**, **c** e **d** são seus algarismos.

Demonstre que, se **ab . cd = ba . dc**, então **a . c = b . d**.

17.

$$\left(x + \frac{1}{x^5}\right)^n$$

Na potência acima, **n** é um número natural menor do que **100**.

Determine o maior valor de **n,** de modo que o desenvolvimento dessa potência tenha um termo independente de **x**.

Considere a equação abaixo, que representa uma superfície esférica, para responder às questões de números 19 e 20.

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$$

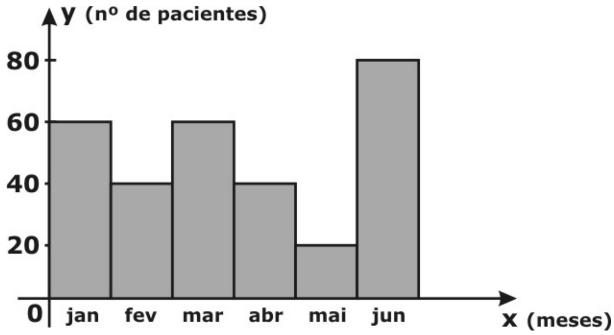
19. Determine a equação da circunferência obtida pela interseção da superfície acima e o plano coordenado **XOY**.

20. Determine o total de pontos da superfície esférica acima com todas as coordenadas inteiras.

EXAME DISCURSIVO – 2001 UENF

Utilize os dados abaixo para responder às questões de números 1 e 2.

O gráfico a seguir representa o número de pacientes atendidos mês a mês, em um ambulatório, durante o período de 6 meses de determinado ano.



01. Determine o número total de pacientes atendidos durante o semestre.

02. Calcule a média mensal de pacientes atendidos no período considerado.

Utilize a tabela abaixo par para a responder às questões números os 4 e 5.

FÁBRICA Y – Ano 2000				
PRODUTOS	**PRODUÇÃO (em mil unidades)**		**PREÇOS UNITÁRIOS DE VENDA (em R$)**	
	maio	**junho**	**maio**	**junho**
A	**100**	**50**	**15**	**18**
B	**80**	**100**	**13**	**12**
C	**90**	**70**	**14**	**10**

04. Considere que o acréscimo na produção de B, de maio para junho, seja estendido aos meses subseqüentes.

Calcule a quantidade de produtos B que serão fabricados em dezembro de 2000.

05. Todos os produtos **A**, **B** e **C** produzidos nos meses de maio e junho foram vendidos pelos preços da tabela.

Calcule o total arrecadado nessa venda, em reais.

Utilize os dados abaixo para responder às questões de números 10 a 12.

Em um município, após uma pesquisa de opinião, constatou-se que o número de eleitores dos candidatos A e B variava em função do tempo t, em anos, de acordo com as seguintes funções:

$$\mathbf{A(t) = 2.10^5(1,6)^t} \qquad \mathbf{B(t) = 4.10^5(0,4)^t}$$

Considere as estimativas corretas e que **t = 0** refere-se ao dia 1 de janeiro de 2000.

10. Calcule o número de eleitores dos candidatos **A** e **B** em 1 de janeiro de 2000.

11. Determine em quantos meses os candidatos terão o mesmo número de eleitores.

12. Mostre que, em 1 de outubro de 2000, a razão entre os números de eleitores de **A** e **B** era maior que 1.

Utilize os dados abaixo para responder às questões de números 14 e 15.

OS RICOS DA RECEITA		
Entre os brasileiros, há 2745 com rendimento superior a meio milhão de reais por ano. Apenas um em cada 60.000 brasileiros está nessa categoria. Veja como eles se dividem		
RENDA ANUAL (em reais)	**TOTAL DE PESSOAS**	**PATRIMÔNIO MÉDIO (em reais)**
MAIS DE 10 MILHÕES	**9**	**200 milhões**
ENTRE 5 MILHÕES E 10 MILHÕES	**27**	**31 milhões**
ENTRE 1 MILHÃO E 5 MILHÕES	**616**	**23 milhões**
ENTRE MEIO MILHÃO E 1 MILHÃO	**2.093**	**6 milhões**

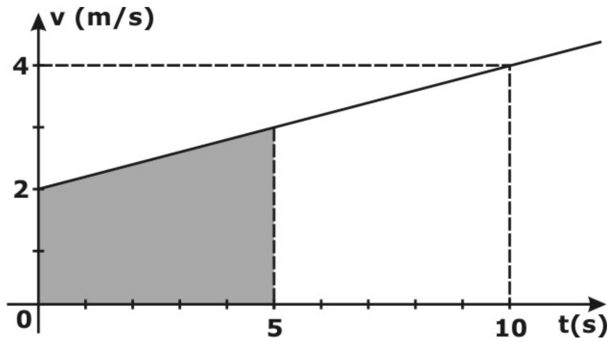
Fonte: Receita Federal – dados referente a 1998

(Adaptado de Veja, 2/07/2000)

14. Com os dados apresentados no texto introdutório da tabela, calcule a população do Brasil considerada pela Receita Federal.

15. Suponha que cada uma das **9** pessoas com renda anual de mais de **10 milhões de reais** ganhem, exatamente, **12 milhões de reais** em um ano.
Com a quantia total recebida por essas **9** pessoas nesse ano, determine o número aproximado de trabalhadores que poderiam receber um salário mensal de **R$ 151,00**, também durante um ano.

16. Um atleta está treinando em uma pista retilínea e o gráfico abaixo apresenta dados sobre seu movimento.



A distância percorrida pelo corredor, no intervalo entre **0** e **5** segundos, é igual à área do trapézio sombreado.
Calcule essa distância.

Utilize o texto abaixo para responder às questões de números 19 e 20.

Uma calculadora apresenta, entre suas teclas, uma tecla D, que duplica o número digitado, e uma outra T, que adiciona uma unidade ao número que está no visor. Assim, ao digitar 123 e apertar D, obtém-se 246. Apertando-se, em seguida, a tecla T, obtém-se 247.

19. Determine o resultado obtido pela calculadora se uma pessoa digitar **125** e apertar, em sequência, **D**, **T** e **D**.

20. Uma pessoa digita um número **N** e, após apertar, em sequência, **D**, **T**, **D** e **T**, obtém como resultado **243**. **Determine N.**

UERJ 2002 - EXAME DISCURSIVO
02.
Admita os seguintes dados sobre as condições ambientais de uma comunidade, com uma população **p**, em milhares de habitantes:

• **C**, a taxa média diária de monóxido de carbono no ar, em partes por milhão, corresponde a **C (p) = 0,5p + 1**;

• em um determinado tempo **t**, em anos, **p** será igual a **p(t) = 10 + 0,1 t²**.

Em relação à taxa **C**,

A) expresse-a como uma função do tempo;

B) calcule em quantos anos essa taxa será de **13,2** partes por milhão.

03.

Analise a expressão abaixo, na qual **n** é um número natural.

$$N = 10^n - n$$

A) Se **n** é um número par, então **N** também é um número par. Justifique esta afirmativa.

B) Determine o valor da soma dos algarismos de **N** quando **n = 92**.

04.

Cinco casais formados, cada um, por marido e mulher, são aleatoriamente dispostos em grupos de duas pessoas cada um.

Calcule a probabilidade de que todos os grupos sejam formados por:

A) um marido e sua mulher;

B) pessoas de sexos diferentes.

05.

Um fruticultor, no primeiro dia da colheita de sua safra anual, vende cada fruta por **R$ 2,00**.

A partir daí, o preço de cada fruta decresce **R$ 0,02** por dia.

Considere que esse fruticultor colheu **80** frutas no **primeiro** dia e a colheita aumenta uma fruta por dia.

A) Expresse o ganho do fruticultor com a venda das frutas como função do dia de colheita.

B) Determine o dia da colheita de maior ganho para o fruticultor.

07.

Um dado triângulo é formado pelas retas **(r)**, **(s)** e **(t)**, abaixo descritas.

$$(r): 2x - 3y + 21 = 0 \qquad (s): 3x - 2y - 6 = 0 \qquad (t): 2x + 3y + 9 = 0$$

Calcule, em relação a esse triângulo:

A) sua área;

B) a equação da circunferência circunscrita a ele.

08.

Considere a função **f**:

$$f\left(\sqrt[3]{\frac{x+3}{2}}\right) = 2x^2 - 18$$

A) Determine suas raízes.

B) Calcule $\dfrac{f(1)+f(-1)}{2}$

UERJ/2003 – EX DE QUALIF 1

24.

Três candidatos, **A**, **B** e **C**, concorrem a um mesmo cargo público de uma determinada comunidade.

A tabela abaixo resume o resultado de um levantamento sobre a intenção de voto dos eleitores dessa comunidade.

Nº DE ELEITORES QUE VOTARIAM EM...							
... UM ÚNICO CANDIDATO			... DOIS CANDIDATOS			... QUALQUER UM DOS CANDIDATOS	... NENHUM DOS CANDIDATOS
A	B	C	A - B	B - C	A - C		
600	1.000	1.400	100	300	200	100	1.300

Pode-se concluir, pelos dados da tabela, que a percentagem de eleitores consultados que não votariam no candidato **B** é:

A) 66,0%

B) 70,0%

C) 94,5%

D) 97,2%

25.

O logaritmo decimal do número positivo **x** é representado por **log x**.

Então, a soma das raízes de $\log^2 x - \log x^3 = 0$ é igual a:

A) 1

B) 101

C) 1000

D) 1001

38.

Numa cidade, os números telefônicos não podem começar por zero e têm oito algarismos, dos quais os quatro primeiros constituem o prefixo.

Considere que os quatro últimos dígitos de todas as farmácias são **0000** e que o prefixo da farmácia *Vivavida* é formado pelos dígitos **2**, **4**, **5** e **6**, não repetidos e não necessariamente nesta ordem.

O número máximo de tentativas a serem feitas para identificar o número telefônico completo dessa farmácia equivale a:

A) 6

B) 24

C) 64

D) 168

39.

A reciclagem de latas de alumínio permite uma considerável economia de energia elétrica: a produção de cada lata reciclada gasta apenas **5%** da energia que seria necessária para produzir uma lata não-reciclada.

Considere que, de cada **três** latas produzidas, uma não é obtida por reciclagem, e que a produção de cada lata reciclada consome 1 unidade de energia.

De acordo com essa proporção, o número de unidades de energia necessário para a produção de **24** latas é igual a:

A) 24

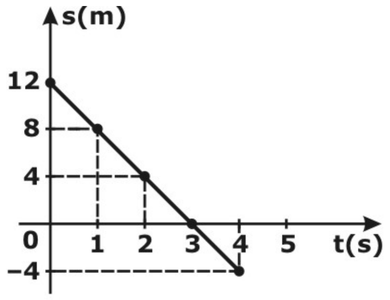
B) 42

C) 150

D) 176

42.

A função que descreve a dependência temporal da posição **S** de um ponto material é representada pelo gráfico abaixo.



(RAMALHO JUNIOR, Francisco et ai ii. *Os fundamentos da física*. São Paulo: Moderna, 1993)

Sabendo que a equação geral do movimento é do tipo **S = A + Bt + Ct²**, os valores numéricos das constantes **A**, **B** e **C** são, respectivamente:

A) 0, 12, 4

B) 0, 12, – 4

C) 12, 4, 0

D) 12, – 4, 0

UERJ/2003 – EX DE QUALIF 2

24.

Jorge quer distribuir entre seus filhos os ingressos ganhos para um show. Se cada um de seus filhos ganhar **4** ingressos, sobrarão **5** ingressos; se cada um ganhar **6** ingressos, ficarão faltando **5** ingressos.

Podemos concluir que Jorge ganhou o número total de ingressos correspondente a:

A) 15

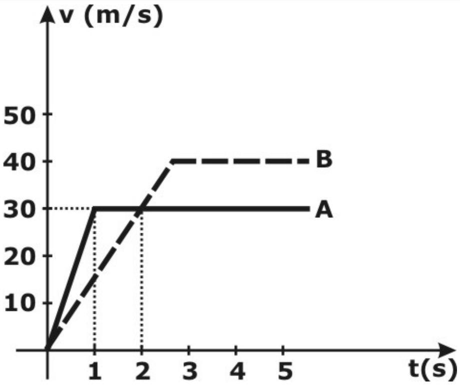
B) 25

C) 29

D) 34

40.

O gráfico abaixo representa a variação da velocidade **v** em relação ao tempo **t** de dois móveis **A** e **B**, que partem da mesma origem.



A distância, em metros, entre os móveis, no instante em que eles alcançam a mesma velocidade, é igual a:

A) 5

B) 10

C) 15

D) 20

UERJ/2004 – EX DE QUALIF

29.

Seja β a altura de um som, medida em decibéis. Essa altura β está relacionada com a intensidade do som, **I**, pela expressão abaixo, na qual a intensidade padrão, I_0, é igual a $10^{-12} W/m^2$.

$$\boxed{\beta = 10 \times \log\left(\frac{I}{I_0}\right)}$$

Observe a tabela a seguir. Nela, os valores de **I** foram aferidos a distâncias idênticas das respectivas fontes de som.

FONTES DE SOM	I (W/m^2)
turbina	$1{,}0 \times 10^2$
amplificador de som	1,0
triturador de lixo	$1{,}0 \times 10^{-4}$
TV	$3{,}2 \times 10^{-5}$

Sabendo que há risco de danos ao ouvido médio a partir de **90dB**, o número de fontes da tabela cuja intensidade de emissão de sons está na faixa de risco é de:

A) 1

B) 2

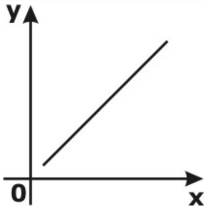
C) 3

D) 4

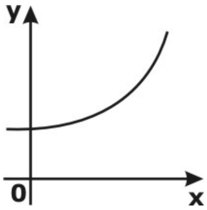
42.

A relação entre as coordenadas **x** e **y** de um corpo em movimento no plano é dada por $y = 10^{\log x}$. O gráfico correspondente a esta relação é:

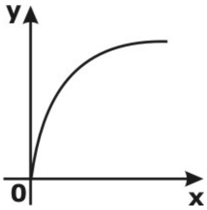
A)



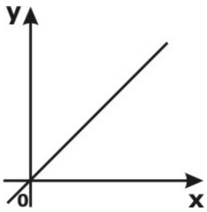
B)



C)



D)



44.

Um litro de combustível para aviões a jato tem massa igual a **1,8 libras**, medida no sistema inglês de unidades. A mesma massa, no sistema internacional de unidades, equivale a **810g**.

Suponha que o tanque de um determinado tipo de avião, quando cheio, contém **900kg** de combustível.

Despreze possíveis influências de temperatura e de pressão.

Se, por engano, a massa de **900kg** de combustível for medida em uma balança calibrada em libras, podemos afirmar que a percentagem preenchida do tanque desse avião será de:

A) 9%

B) 45%

C) 50%

D) 90%

UERJ/2004 – EX DISCURSIVO

03.

Um campeonato de futebol será disputado por **20** times, dos quais **quatro** são do Rio de Janeiro, nas condições abaixo:

I. cada time jogará uma única vez com cada um dos outros;

II. Todos farão apenas um jogo por semana;

III. os jogos serão sorteados aleatoriamente.

Calcule:

A) o menor número de semanas que devem ser usadas para realizar todos os jogos do campeonato;

B) a probabilidade de o primeiro jogo sorteado ser composto por duas equipes cariocas.

06.

Em uma cidade, a população que vive nos subúrbios é **dez** vezes a que vive nas favelas. A primeira, porém, cresce **2%** ao ano, enquanto a segunda cresce **15%** ao ano.

Admita que essas taxas de crescimento permaneçam constantes nos próximos anos.

A) Se a população que vive nas favelas e nos subúrbios hoje é igual a 12,1 milhões de habitantes, calcule o número de habitantes das favelas daqui a um ano.

B) Essas duas populações serão iguais após um determinado tempo **t**, medido em anos. Se $\mathbf{t} = \dfrac{1}{\log x}$ determine o valor de **x**.

07.

			n	
	65			
				130
		75		
0				

A figura acima apresenta 25 retângulos. Observe que quatro desses retângulos contêm números e um deles, a letra **n**.

Podem ser escritos, em todos os outros retângulos, números inteiros positivos, de modo que, em cada linha e em cada coluna, sejam formadas progressões aritméticas de cinco termos.

Calcule:

A) a soma dos elementos da quarta linha da figura;

B) o número que deve ser escrito no lugar de **n**.

UERJ/2005 – EX DE QUALIFICAÇÃO 1

34.

Numa operação de salvamento marítimo, foi lançado um foguete sinalizador que permaneceu aceso durante toda sua trajetória. Considere que a altura h, em metros, alcançada por este foguete, em relação ao nível do mar, é descrita por $h = 10 + 5t - t^2$, em que t é o tempo, em segundos, após seu lançamento. A luz emitida pelo foguete é útil apenas a partir de 14 m acima do nível do mar.

O intervalo de tempo, em segundos, no qual o foguete emite luz útil é igual a:

(A)3

(B) 4

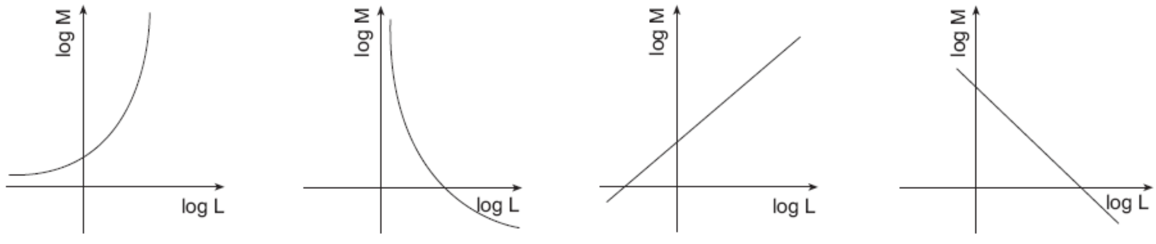
(C) 5

(D) 6

35.

Um pesquisador, interessado em estudar uma determinada espécie de cobras, verificou que, numa amostra de trezentas cobras, suas massas M, em gramas, eram proporcionais ao cubo de seus comprimentos L, em metros, ou seja M = **a** ´ L3 , em que **a** é uma constante positiva.

Observe os gráficos abaixo.



I II III IV

Aquele que melhor representa log M em função de log L é o indicado pelo número:

(A) I

(B) II

(C) III

(D)IV

UERJ/2006 – EX DE QUALIFICAÇÃO 1

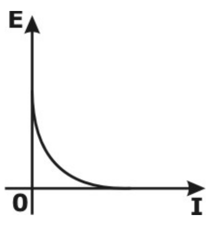
36.

A intensidade I de um terremoto, medida pela escala Richter, é definida pela equação abaixo, na qual E representa a energia liberada em kWh.

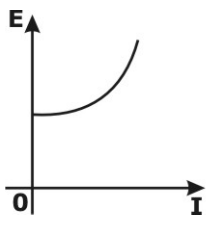
$$\mathbf{I} = \frac{2}{3}\log_{10}\left(\frac{E}{E_0}\right)$$

O gráfico que melhor representa a energia **E**, em função da intensidade **I**, sendo $\mathbf{E_0}$ igual a $\mathbf{10^{-3}}$**kWh**, está indicado em:

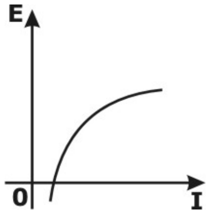
A)



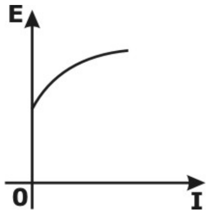
B)



C)



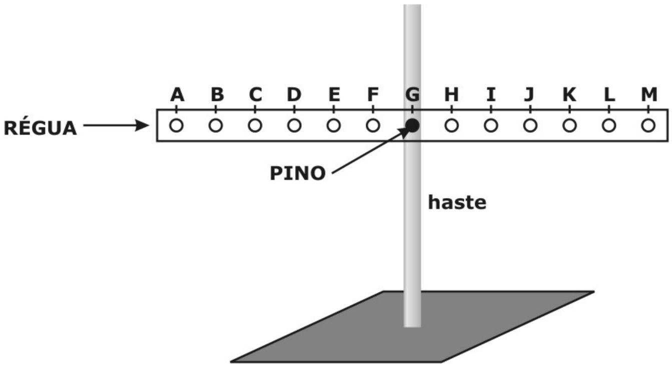
D)



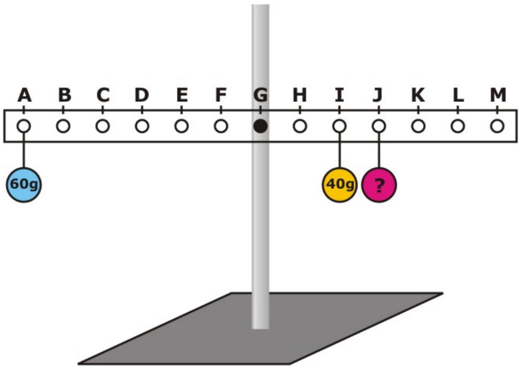
UERJ/2006 – EX DE QUALIF 2

33.

Para demonstrar as condições de equilíbrio de um corpo extenso, foi montado o experimento abaixo, em que uma régua, graduada de **A** a **M**, permanece em equilíbrio horizontal, apoiada no pino de uma haste vertical.



Um corpo de massa **60g** é colocado no ponto **A** e um corpo de massa **40g** é colocado no ponto **I**.



Para que a régua permaneça em equilíbrio horizontal, a massa, em gramas, do corpo que deve ser colocado no ponto **K**, é de:

A) 90

B) 70

C) 40

D) 20

34.

Na Tabela de Classificação Periódica, as fileiras horizontais correspondem aos períodos, e as colunas verticais, aos grupos ou famílias. Nos períodos, os elementos são dispostos em ordem crescente de seus números atômicos.

Considere três elementos químicos cujos números atômicos são consecutivos, representados por **x**, **y** e **z**. Na equação $\mathbf{2^x + 2^y + 2^z = 7 \times 16^4}$, **y** é o número atômico de um elemento químico da família denominada:

A) alcalinos

B) halogênios

C) calcogênios

D) gases nobres

37.

Durante uma experiência em laboratório, observou-se que uma bola de **1kg** de massa, deslocando-se com uma velocidade **v**, medida em **km/h**, possui uma determinada energia cinética **E**, medida em joules.

Se **(v, E, 1)** é uma progressão aritmética e $\phi = \dfrac{\mathbf{1 + \sqrt{5}}}{\mathbf{2}}$, o valor de **v** corresponde a:

A) $\dfrac{\phi}{2}$

B) ϕ

C) 2ϕ

D) 3ϕ

43.

Um barco percorre seu trajeto de descida de um rio, a favor da correnteza, com a velocidade de **2m/s** em relação à água. Na subida, contra a correnteza, retornando ao ponto de partida, sua velocidade é de **8m/s**, também em relação à água.

Considere que:

- o barco navegue sempre em linha reta e na direção da correnteza;
- a velocidade da correnteza seja sempre constante;
- a soma dos tempos de descida e de subida do barco seja igual a 10 min.

Assim, a maior distância, em metros, que o barco pode percorrer, neste intervalo de tempo, é igual a:

A) 1.250

B) 1.500

C) 1.750

D) 2.000

UERJ 2006 – EXAME DISCURSIVO

01.

A feira de Caruaru
Faz gosto da gente ver
De tudo que há no mundo
Nela tem pra vender

http://luiz-gonzaga.letras.terra.com.br

A cidade a que se refere Luiz Gonzaga em sua canção está indicada no mapa abaixo como a origem de um sistema de eixos ortogonais **x0y**.

(Adaptado de *Almanaque Abril*, 2000.)

Considere que a região de influência da feira de Caruaru seja representada, nesse sistema de eixos, pela inequação $x^2 + y^2 \leq 2,25$, com **x** e **y** medidos em centímetros.

Em relação à região de influência da feira,

A) determine sua área, em **km²**, supondo que a escala do mapa seja de **1:10.000.000**;

B) demonstre que uma cidade situada nas coordenadas $\left(\frac{11}{10}, \frac{11}{10}\right)$ do sistema de eixos considerando não está nessa região.

06.

Três barracas de de frutas, B_1, B_2 e B_3, são propriedade de uma mesma empresa. Suas vendas são controladas por meio de uma matriz, na qual cada elemento b_{ij} representa a soma dos valores arrecadados pelas barracas B_i e B_j, em milhares de reais, ao final de um determinado dia de feira.

$$B = \begin{bmatrix} x & 1,8 & 3,0 \\ a & y & 2,0 \\ d & c & z \end{bmatrix}$$

Calcule, para esse dia, o valor, em reais:

A) arrecadado a mais pela barraca B_3 em relação à barraca B_2;

B) arrecadado em conjunto pelas três barracas.

08.

Durante um período de oito horas, a quantidade de frutas na barraca de um feirante se reduz a cada hora, do seguinte modo:

- nas **t** primeiras horas, diminui sempre **20%** em relação ao número de frutas da hora anterior;
- nas **8 – t** horas restantes, diminui **10%** em relação ao número de frutas da hora anterior.

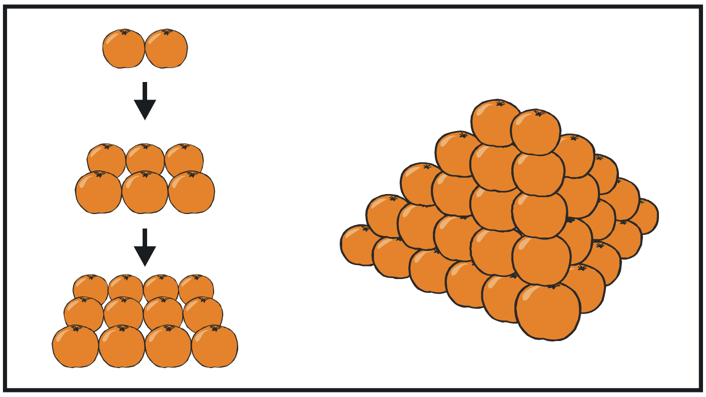
Calcule:

A) o percentual do número de frutas que resta ao final das duas primeiras horas de venda, supondo **t = 2**;

B) o valor de **t**, admitindo que, ao final do período de oito horas, há, na barraca, **32%** das frutas que havia, inicialmente. Considere **log 2 = 0,30** e **log 3 = 0,48**.

09.

Em outra barraca de frutas, as laranjas são arrumadas em camadas retangulares, obedecendo à seguinte disposição: uma camada de duas laranjas encaixa-se sobre uma camada de seis; essa camada de seis encaixa-se sobre outra de doze; e assim por diante, conforme a ilustração abaixo.



Sabe-se que a soma dos elementos de uma coluna do triângulo de Pascal pode ser calculada pela fórmula $C_p^p + C_{p+1}^p + C_{p+2}^p + \ldots + C_n^p = C_{n+1}^{p+1}$, na qual **n** e **p** são números naturais, $n \geq p$ e C_n^p corresponde ao número de combinações simples de **n** elementos tomados **p** a **p**.

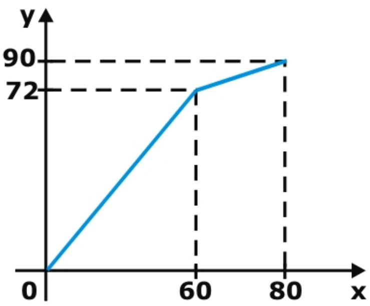
Com base nessas informações, calcule:

A) a soma $C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + \ldots + C_{18}^2$;

B) o número total de laranjas que compõem quinze camadas.

10.

No gráfico abaixo, **x** representa a quantidade de batatas, em quilogramas, vendidas na barraca de seu Custódio, em um dia de feira, e **y** representa o valor, em reais, arrecadado com essa venda. A partir das **12 horas**, o movimento diminui e o preço do quilograma de batatas também diminui.



A) Calcule a redução percentual do quilograma de batatas a partir das **12 horas**.

B) Se o preço não diminuisse, teria sido arrecadado um valor **V** na venda de de **80kg**. Determine o percentual de **V** que corresponde à perda causada pela redução do preço.

UERJ / 2007 – EX DE QUALIF

28.

Um medicamento, para ser administrado a um paciente, deve ser preparado como uma solução aquosa de concentração igual a 5%, em massa, de soluto. Dispondo-se do mesmo medicamento em uma solução duas vezes mais concentrada, esta deve ser diluída com água, até atingir o percentual desejado.

As massas de água na solução mais concentrada, e naquela obtida após a diluição, apresentam a seguinte razão:

A) $\frac{5}{7}$

B) $\frac{5}{9}$

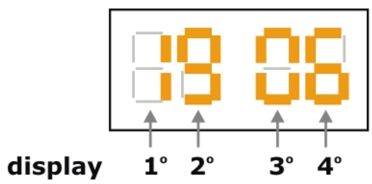
C) $\frac{9}{19}$

D) $\frac{7}{15}$

UTILIZE AS INFORMAÇÕES ABAIXO PARA RESPONDER ÀS QUESTÕES 30 E 31 A SEGUIR

A maioria dos relógios digitais é formada por um conjunto de quatro *displays*, compostos por sete filetes luminosos. Para acender cada filete, é necessária uma corrente elétrica de 10 miliampères.

O 1º e o 2º *displays* do relógio ilustrado abaixo indicam as horas, e o 3º e o 4º indicam os minutos.



30.

Admita que esse relógio apresente um defeito, passando a indicar, permanentemente, **19 horas** e **06 minutos**. A pilha que o alimenta está totalmente carregada e é capaz de fornecer uma carga elétrica total de **720 coulombs**, consumida apenas pelos *displays*.

O tempo, em horas, para a pilha descarregar totalmente é igual a:

A) 0,2

B) 0,5

C) 1,0

D) 2,0

31.

Admita, agora, que um outro relógio, idêntico, apresente um defeito no 4º *display*: a cada minuto acendem, ao acaso, exatamente cinco filetes quaisquer.

Observe, a seguir, alguns exemplos de formas que o 4º *display* pode apresentar com **cinco** filetes acesos.

A probabilidade de esse *display* formar, pelo menos, um número em dois minutos seguidos é igual a:

A) $\frac{13}{49}$

B) $\frac{36}{49}$

C) $\frac{135}{441}$

D) $\frac{306}{441}$

Q.35

Em 1772, o astrônomo Johann Elert Bode, considerando os planetas então conhecidos, tabelou as medidas das distâncias desses planetas até o Sol.

n	PLANETA	DISTÂNCIA ATÉ O SOL (unidades astronômicas)
1	Mercúrio	0,4
2	Vênus	0,7
3	Terra	1,0
4	Marte	1,5
5	*	-
6	Júpiter	5,2
7	Saturno	9,2

***asteróides**

A partir dos dados da tabela, Bode estabeleceu a expressão abaixo, com a qual se poderia calcular, em unidades astronômicas, o valor aproximado dessas distâncias:

$$\frac{3 \bullet 2^{n-2} + 4}{10}$$

Atualmente, Netuno é o planeta para o qual **n = 9**, e a medida de sua distância até o Sol é igual a **30 unidades** astronômicas. A diferença entre este valor e aquele calculado pela expressão de Bode é igual a **d**.

O valor percentual de |**d**|, em relação a 30 unidades astronômicas, é aproximadamente igual a:

A) 29%

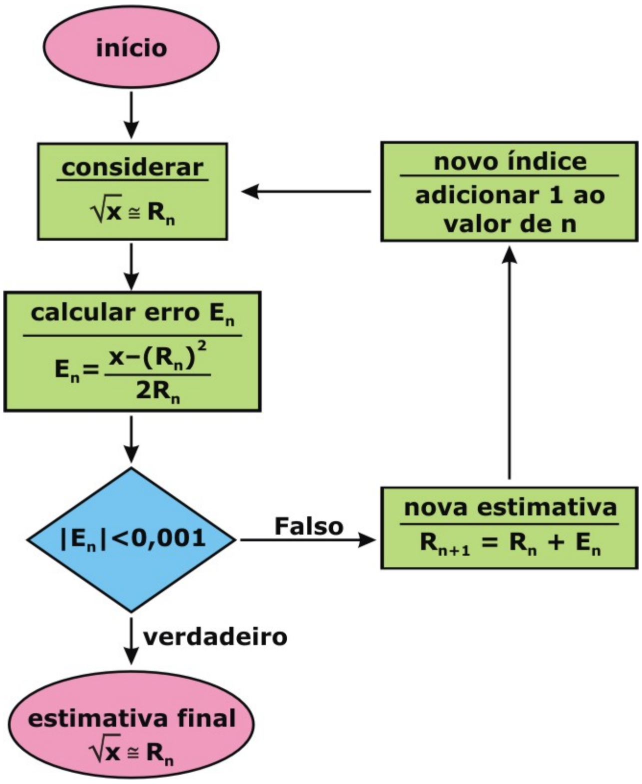
B) 32%

C) 35%

D) 38%

38.

O algoritmo proposto abaixo pode ser empregado para calcular o valor aproximado da raiz quadrada de um número **x**.



Considere 1 como valor inicial de **n** e $\mathbf{R_1} =$ **3** como estimativa inicial do valor da raiz quadrada de **x = 11**.

Nessas condições, o erro $\mathbf{E_2}$ será igual a:

A) $\frac{1}{3}$

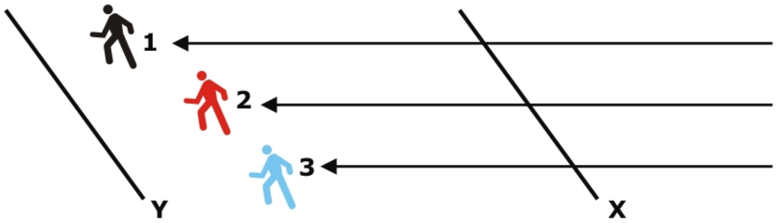
B) $\frac{1}{27}$

C) $-\frac{1}{20}$

D) $-\frac{1}{60}$

Q.41

O esquema abaixo representa uma pista de corrida na qual os competidores **1**, **2** e **3**, em um determinado instante, encontravam-se alinhados, na reta **X**, a **100m** da linha de chegada **Y**. A partir dessa reta **X**, as velocidades de cada um permaneceram constantes. Quando o corredor **1** cruzou, em primeiro lugar, a linha de chegada, os corredores 2 e 3 estavam, respectivamente,
a **4m** e a **10m** dessa linha.



No instante em que o corredor **2** cruzar a linha de chegada **Y**, o corredor **3** estará a uma distância dessa linha, em metros, igual a:

A) 6,00
B) 6,25
C) 6,50
D) 6,75

Q.43

Na tabela a seguir, um determinado sanduíche é utilizado como padrão de comparação do poder de compra dos trabalhadores de seis cidades diferentes.
Na cidade de São Paulo, o menor número de minutos necessários para comprar um único sanduíche é representado por **x**.

CIDADE	NÚMERO MÍNIMO DE MINUTOS DE TRABALHO PARA SE COMPRAR APENAS UM SANDUÍCHE-PADRÃO	NÚMERO DE SANDUÍCHES-PADRÃO QUE PODEM SER COMPRADOS COM UM SALÁRIO MÉDIO
Tóquio	10	1100
Nova York	11	1000
Londres	15	730
São Paulo	x	260
Buenos Aires	50	220
Lima	62	180

(Adaptado de O GLOBO, 17/08/2005)

Considere que a jornada de trabalho é a mesma em todas as cidades.
O valor aproximado de **x** corresponde a:

A) 48
B) 46
C) 42
D) 40

UERJ / 2007 – EX DE QUALIF 2

23.

Um astronauta, usando sua roupa espacial, ao impulsionar-se sobre a superfície da Terra com uma quantidade de movimento inicial $\mathbf{P_0}$, alcança uma altura máxima de **0,3m**.

Ao impulsionar-se com a mesma roupa e a mesma quantidade de movimento $\mathbf{P_0}$ na superfície da Lua, onde a aceleração da gravidade é cerca de $\frac{1}{6}$ do valor terrestre, a altura máxima que ele alcançará, em metros, equivale a:

A) 0,1

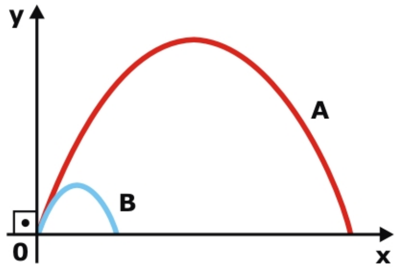
B) 0,6

C) 1,8

D) 2,4

32.

As trajetórias **A** e **B** de duas partículas lançadas em um plano vertical **xoy** estão representadas abaixo.



Suas equações são, respectivamente, $\mathbf{y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x}$ e $\mathbf{y = -\frac{1}{2}x^2 + x}$, nas quais **x** e **y** estão em uma mesma unidade **u**.

Essas partículas atingem, em um mesmo instante **t**, o ponto mais alto de suas trajetórias.

A distância entre as partículas, nesse instante **t**, na mesma unidade **u**, equivale a:

A) $\sqrt{6}$

B) $\sqrt{8}$

C) $\sqrt{10}$

D) $\sqrt{20}$

Q.37

Uma dona de casa mistura, em uma garrafa térmica, **100mL** de água a **25ºC** com **200mL** de água a **40ºC**.

A temperatura final dessa mistura, logo após atingir o equilíbrio térmico, é, em graus Celsius, aproximadamente igual a:

A) 29

B) 32

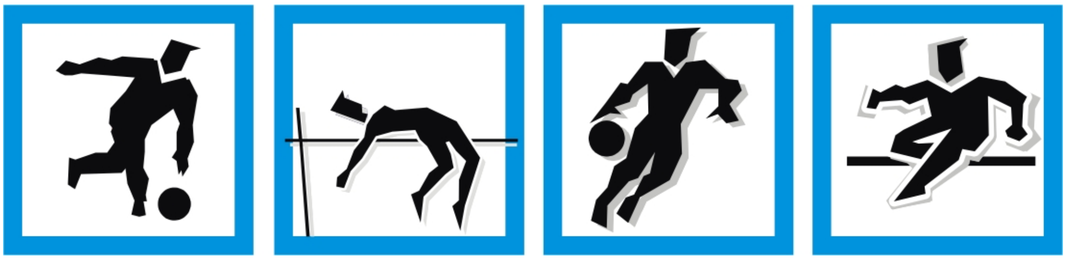
C) 35

D) 38

42.

Sete diferentes figuras foram criadas para ilustrar, em grupos de quatro, o Manual do Candidato do Vestibular Estadual 2007.

Um desses grupos está apresentado a seguir.



Considere que cada grupo de quatro figuras que poderia ser formado é distinto de outro somente quando pelo menos uma de suas figuras for diferente.

Nesse caso, o número total de grupos distintos entre si que poderiam ser formados para ilustrar o Manual é igual a:

A) 24

B) 35

C) 70

D) 140

UERJ 2007 – EXAME DISCURSIVO

Q.01

Os anos do calendário chinês, um dos mais antigos que a história registra, começam sempre em uma lua nova, entre 21 de janeiro e 20 de fevereiro do calendário gregoriano. Eles recebem nomes de animais, que se repetem em ciclos de doze anos.

A tabela abaixo apresenta o ciclo mais recente desse calendário.

ANO DO CALENDÁRIO CHINÊS	
Início no calendário gregoriano	**NOME**
31-janeiro-1995	**porco**
19-fevereiro-1996	**rato**
08-fevereiro-1997	**boi**
28-janeiro-1998	**tigre**
16-fevereiro-1999	**coelho**
05-fevereiro-2000	**dragão**
24-janeiro-2001	**serpente**
12-fevereiro-2002	**cavalo**
01-fevereiro-2003	**cabra**
22-janeiro-2004	**macaco**
09-fevereiro-2005	**galo**
29-janeiro-2006	**cão**

Admita que, pelo calendário gregoriano, uma determinada cidade chinesa tenha sido fundada em 21 de junho de 1089 d.C., ano da serpente no calendário chinês. Desde então, a cada 15 anos, seus habitantes promovem uma grande festa de comemoração. Portanto, houve festa em 1104, 1119, 1134, e assim por diante.

Determine, no calendário gregoriano, o ano do século XXI em que a fundação dessa cidade será comemorada novamente no ano da serpente.

Q.02

Observe a equação química que representa a fermentação do açúcar:

$$xC_6H_{12}O_6 \rightarrow yCO_2 + zC_2H_5OH$$

Uma das formas de equilibrar essa equação é igualar, em seus dois membros, as quantidades de átomos de cada elemento químico. Esse processo dá origem ao seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 6x = y + 2z \\ 12x = 6z \\ 6x = 2y + z \end{cases}$$

Determine o conjunto-solução do sistema e calcule os menores valores inteiros positivos de **x**, **y** e **z** que formam uma das soluções desse sistema.

Q.07

A International Electrotechnical Commission – IEC padronizou as unidades e os símbolos a serem usados em Telecomunicações e Eletrônica. Os prefixos kibi, mebi e gibi, entre outros, empregados para especificar múltiplos binários são formados a partir de prefixos já existentes no Sistema Internacional de Unidades – SI, acrescidos de bi, primeira sílaba da palavra binário.

A tabela abaixo indica a correspondência entre algumas unidades do SI e da IEC.

SI			IEC		
nome	símbolo	magnitude	nome	símbolo	magnitude
quilo	K	10^3	kibi	Ki	2^{10}
mega	M	10^4	mebi	Mi	2^{20}
giga	G	10^5	gibi	Gi	2^{30}

Um fabricante de equipamentos de informática, usuário do SI, anuncia um disco rígido de **30 gigabytes**. Na linguagem usual de computação, essa medida corresponde **a** $p \times 2^{30}$ **bytes**.

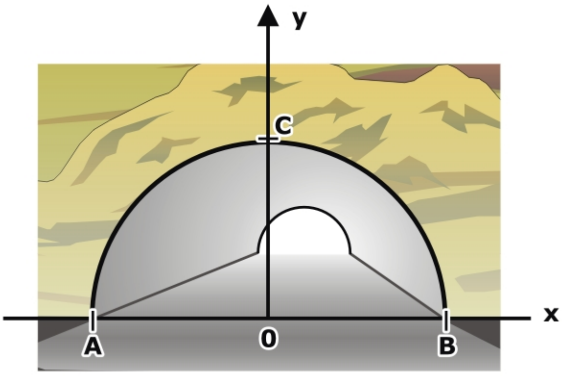
Considere a tabela de logaritmos a seguir.

x	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0
Log x	0,301	0,342	0,380	0,415	0,447	0,477

Calcule o valor de p.

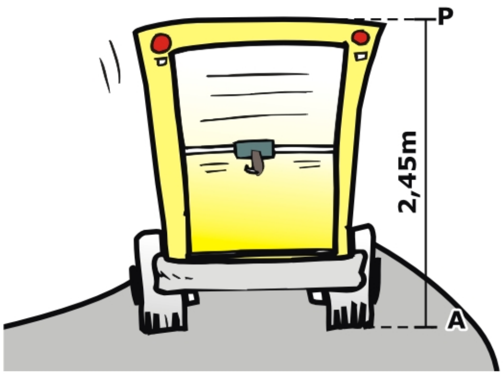
Q.08

A figura abaixo representa um túnel cuja entrada forma um arco parabólico com base **AB = 8m** e altura central **OC = 5,6m**.



Observe, na foto, um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, cujo eixo horizontal **Ox** é tangente ao solo e o vertical **Oy** representa o eixo de simetria da parábola.

Ao entrar no túnel, um caminhão com altura **AP** igual a **2,45m**, como ilustrado a seguir, toca sua extremidade **P** em um determinado ponto do arco parabólico.



Calcule a distância do ponto P ao eixo vertical Oy.

UTILIZE AS INFORMAÇÕES A SEGUIR PARA RESPONDER ÀS QUESTÕES DE NÚMEROS 9 E 10

Um sistema de numeração de base b, sendo b ≥ 2, utiliza b algarismos: ***0, 1, 2, 3, ..., b-1****.*

O sistema de numeração usual é o decimal. Quando escrevemos um número nesse sistema, a base 10 não precisa ser indicada. Por exemplo, o número ***3548*** *corresponde a* $3\times10^3+5\times10^2+4\times10^1+8\times10^0$.

Em qualquer outro sistema, é preciso indicar a base. Por exemplo, o número $(2043)_5$ *está escrito na base* $b = 5$ *e corresponde a* $2 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 3 \times 5^0$*, ou seja,* ***273*** *no sistema decimal.*

Q.09

Sabe-se que, em qualquer base, o acréscimo de zeros à esquerda da representação de um número não altera seu valor. Os números $(301)_7$ e $(0301)_7$ são, portanto, iguais e formados por **três** algarismos.

Calcule, no sistema de numeração de **base 7**, a quantidade total de números que possuem somente quatro algarismos distintos.

Q.10

Admita a possibilidade de contar objetos de duas maneiras, uma na base **x** e outra na base **(x+ 3)**. Ao empregar essas duas maneiras para contar um determinado grupo de objetos, obtemos $\mathbf{(2343)_x = (534)_{x+3}}$.

Calcule o valor da base **x** e as outras **duas raízes** da equação resultante.

UERJ/2008 – EXAME DE QUALIF 1

Q.23

João abriu uma caderneta de poupança e, em 1º de janeiro de 2006, depositou R**$ 500,00** a uma taxa de juros, nesse ano, **de 20%**. Em 1º de janeiro de 2007, depositou mais **R$ 1.000,00**.

Para que João tenha, nessa poupança, em 1º de janeiro de 2008, um montante de **R$ 1.824,00**, a taxa de juros do segundo ano deve corresponder a:

A) 12%

B) 14%

C) 16%

D) 18%

Q.24

Certos medicamentos são preparados por meio de uma série de diluições. Assim, utilizando-se uma quantidade de água muito grande, os medicamentos obtidos apresentam concentrações muito pequenas.

A unidade mais adequada para medir tais concentrações é denominada ppm:

1 ppm corresponde a 1 parte de soluto em 1 milhão de partes de solução

Considere um medicamento preparado com a mistura de **1g** de um extrato vegetal e **100kg** de água pura.

A concentração aproximada desse extrato vegetal no medicamento, em ppm, está indicada na seguinte alternativa:

A) 0,01

B) 0,10

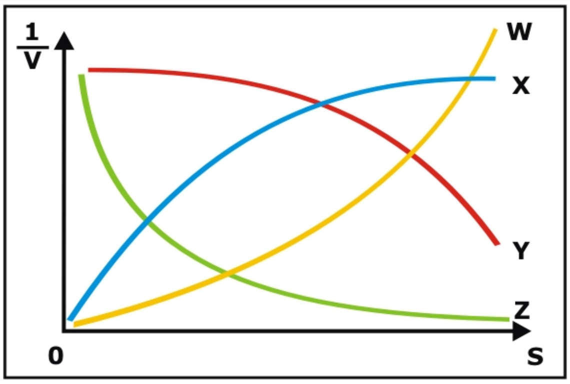
C) 1,00

D) 10,00

Q.26

Em um experimento, em condições adequadas, foram medidas as velocidades de reação **V** de uma enzima, em função do aumento da concentração de seu substrato S.

O gráfico abaixo indica variações de $\mathbf{\frac{1}{V}}$ em função de **S**.



A curva que deve representar o resultado experimental é a identificada por:

A) W

B) X

C) Y

D) Z

Q.31

Admita que, em um determinado lago, a cada **40cm** de profundidade, a intensidade de luz é reduzida em **20%**, de acordo com a equação $\mathbf{I = I_0 \cdot 0{,}8^{\frac{h}{40}}}$ na qual **I** é a intensidade da luz em uma profundidade **h**, em centímetros, e $\mathbf{I_0}$ é a intensidade na superfície.

Um nadador verificou, ao mergulhar nesse lago, que a intensidade da luz, em um ponto **P**, é de **32%** daquela observada na superfície.

A profundidade do ponto **P**, em metros, considerando **log2 = 0,3**, equivale a:

A) 0,64

B) 1,8

C) 2,0

D) 3,2

Q.32

Um RNA sintético foi formado apenas pelas bases citosina e guanina, dispostas ao acaso, num total de **21** bases.

O esquema abaixo mostra o RNA mensageiro, formado a partir da introdução dos códons de iniciação **AUG** e de terminação **UAA** nas extremidades do RNA original. Nesse esquema, **B** representa as bases **C** ou **G**.

AUG. BBB. BBB. BBB. BBB. BBB. BBB. BBB. UAA

Sabe-se que:

• os códons correspondentes ao aminoácido arginina são AGA, AGG, CGA, CGC, CGG e CGU;

• o aminoácido metionina correspondente ao códon de iniciação AUG é removido do peptidío sintetizado pela tradução desse RNA mensageiro.

A probabilidade de que a arginina apareça pelo menos uma vez na estrutura final deste peptidío é de:

A) $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^7$

B) $\left(\frac{1}{8}\right)^7$

C) $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^7$

D) $\left(\frac{1}{4}\right)^7$

Q.36

Um estudante utilizou uma tabela periódica como tabuleiro para um jogo no qual cada elemento químico corresponde a uma casa.

Esse jogo consiste no lançamento de um dado de seis faces, numeradas de **1** a **6**, para conduzir um peão em um mesmo período da tabela periódica, por uma determinada quantidade de casas, de acordo com o número indicado pelo dado a cada lançamento. Se, por exemplo, um peão estiver na casa onde está localizado o elemento cálcio, e o número indicado pelo dado for **4**, ele será conduzido, pelo jogador, até a casa correspondente ao elemento cromo.

Considere um peão localizado na casa do metal alcalino do 5º período. Para que esse peão pare na casa do halogênio nesse mesmo período, após três lançamentos do dado, há **n** seqüências possíveis de resultados desses lançamentos.

Nesse caso, o valor de **n** é igual a:

A) 3

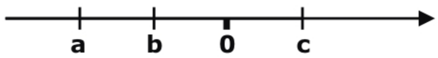
B) 6

C) 8

D) 9

Q.42

Observe o esquema abaixo, no qual três números, indicados por **a**, **b** e **c**, com **|a| = 2|b| = 2|c|,** foram representados em um eixo de números reais.

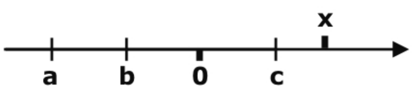


Considere um número real **x** e a soma **S** dos quadrados das distâncias do ponto que representa **x** aos pontos correspondentes a **a**, **b** e **c**, isto é:

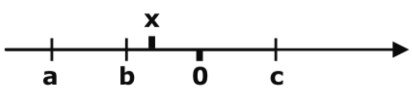
$$S = (x - a)^2 + (x - b)^2 + (x - c)^2$$

A melhor representação de **x** correspondente ao menor valor possível de **S** está indicada em:

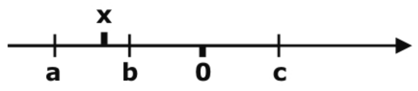
A)



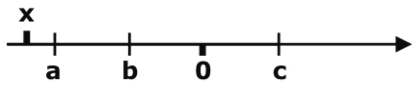
B)



C)



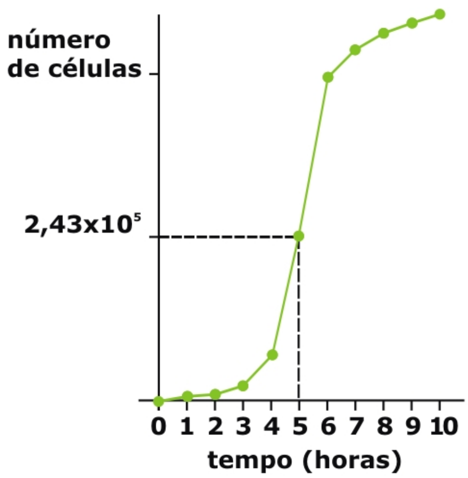
D)



UERJ/2008 – EX DE QAULIF 2

UTILIZE AS INFORMAÇÕES A SEGUIR PARA RESPONDER ÀS QUESTÕES DE NÚMEROS 31 E 32.

Para analisar o crescimento de uma bactéria, foram inoculadas 1×10^3 células a um determinado volume de meio de cultura apropriado. Em seguida, durante 10 horas, em intervalos de 1 hora, era medido o número total de bactérias nessa cultura. Os resultados da pesquisa estão mostrados no gráfico abaixo.



Nesse gráfico, o tempo 0 corresponde ao momento do inóculo bacteriano.

Observe que a quantidade de bactérias presentes no meio, medida a cada hora, segue uma progressão geométrica até **5 horas**, inclusive.

Q.31

O número de bactérias encontrado no meio de cultura **3 horas** após o inóculo, expresso em milhares, é igual a:

A) 16

B) 27

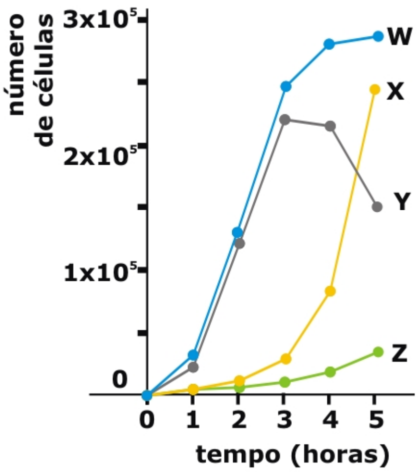
C) 64

D) 105

Q.32

Após **10 horas** de crescimento, **1×10^3** bactérias vivas foram imediatamente transferidas para um novo meio de cultura, de composição e volume idênticos aos do experimento inicial.

No gráfico abaixo, uma das curvas representa o crescimento bacteriano nesse novo meio durante um período de **5 horas**.



A curva compatível com o resultado do novo experimento é a identificada por:

A) W

B) X

C) Y

D) Z

UERJ/2008 – EX DISCURSIVO

Q.01

Observe parte da tabela do quadro de medalhas dos Jogos Pan-americanos do Rio de Janeiro em 2007:

país	medalhas			
	tipos			total
	1° ouro	2° prata	3° bronze	
1- Estados Unidos	97	88	52	237
2- Cuba	59	35	41	135
3- Brasil	54	40	67	161

Com base na tabela, é possível formar a **matriz quadrada A** cujos elementos a_{ij} representam o número de medalhas do tipo **j** que o país **i** ganhou, sendo **i** e **j** pertencentes ao conjunto **{1, 2, 3}**.

Para fazer uma outra classificação desses países, são atribuídos às medalhas os seguintes valores:

• ouro: 3 pontos;

• prata: 2 pontos;

• bronze: 1 ponto.

Esses valores compõem a matriz **V** = $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Determine, a partir do cálculo do produto **AV**, o número de pontos totais obtidos pelos três países separadamente.

Q.03

O peso **P** de um objeto, a uma altura **h** acima do nível do mar, satisfaz a seguinte equação:

$$P = \left(\frac{r}{h+r}\right)^2 \cdot P_0$$

P_0: peso do objeto ao nível do mar

r: raio da Terra

Sabe-se que **P** equivale a **81%** de **P_0** quando o objeto se encontra a uma altura **h_1**.

Calcule, em função de **r**, o valor de **h_1**.

Q.04

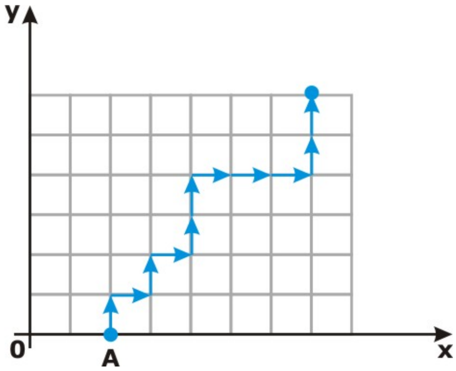
Uma fábrica de doces vende caixas com **50 unidades** de bombons recheados com dois sabores, morango e caramelo. O custo de produção dos bombons de morango é de **10 centavos** por unidade, enquanto o dos bombons de caramelo é de **20 centavos** por unidade. Os demais custos de produção são desprezíveis. Sabe-se que cada caixa é vendida por **R$ 7,20** e que o valor de venda fornece um lucro de **20%** sobre o custo de produção de cada bombom.

Calcule o número de bombons de cada sabor contidos em uma caixa.

Q.07

Uma partícula parte do ponto **A(2; 0)**, movimentando-se para cima **(C)** ou para a direita **(D)**, com velocidade de uma unidade de comprimento por segundo no plano cartesiano.

O gráfico abaixo exemplifica uma trajetória dessa partícula, durante **11** segundos, que pode ser descrita pela seqüência de movimentos **CDCDCCDDDCC**.



Admita que a partícula faça outra trajetória composta somente pela seqüência de movimentos **CDD**, que se repete durante **5 minutos**, partindo de **A**.

Determine a equação da reta que passa pela origem **O(0,0)** e pelo último ponto dessa nova trajetória.

Q.10

Em cada ponto **(x, y)** do plano cartesiano, o valor de **T** é definido pela seguinte equação:

$$T = \frac{200}{x^2 + y^2 - 4x + 8}$$

Sabe-se que **T** assume seu valor máximo, **50**, no ponto **(2, 0)**.

Calcule a área da região que corresponde ao conjunto dos pontos do plano cartesiano para os quais **$T \geq 20$**.

UERJ/2009 – EX DE QUALIF 1

Q.25

Um pesquisador possui em seu laboratório um recipiente contendo **100 exemplares** de *Aedes aegypti*, cada um deles contaminado com apenas um dos tipos de vírus, de acordo com a seguinte tabela:

TIPO	QUANTIDADE DE MOSQUITOS
DEN 1	30
DEN 2	60
DEN 3	10

Retirando-se simultaneamente e ao acaso **dois** mosquitos desse recipiente, a probabilidade de que pelo menos um esteja contaminado com o tipo **DEN 3** equivale a:

A) $\frac{8}{81}$

B) $\frac{10}{99}$

C) $\frac{11}{100}$

D) $\frac{21}{110}$

Q.30

Um vírus, formado por uma hélice simples de RNA contendo $\mathbf{51 \times 10^3}$ bases nitrogenadas, sofreu o seguinte processo de manipulação em um experimento:

• dois fragmentos de RNA, identificados como **X** e **Y**, contendo cada um $\mathbf{10^3}$ e $\mathbf{10^4}$ bases, respectivamente, foram retirados de seu genoma;

• apenas um fragmento de RNA, contendo **n** bases, foi introduzido nele.

Admita que o número total de bases, após a modificação, equivalia ao quinto termo de uma progressão geométrica, na qual o número de bases dos fragmentos **X** e **Y** correspondia, respectivamente, ao primeiro e ao terceiro termos dessa progressão.

No experimento, a quantidade **n** de bases nitrogenadas contidas no fragmento introduzido no vírus foi igual a:

A) 3×10^2

B) 5×10^3

C) 6×10^4

D) 4×10^5

Q.23

Um estudante possui dez figurinhas, cada uma com o escudo de um único time de futebol, distribuídas de acordo com a tabela:

TIME / ESCUDO	QUANTIDADE DE FIGURINHAS IDÊNTICAS
A	3
B	2
C	1
D	1

E	**1**
F	**1**
G	**1**

Para presentear um colega, o estudante deseja formar um conjunto com cinco dessas figurinhas, atendendo, simultaneamente, aos seguintes critérios:

• duas figurinhas deverão ter o mesmo escudo;

• três figurinhas deverão ter escudos diferentes entre si e também das outras duas.

De acordo com esses critérios, o número máximo de conjuntos distintos entre si que podem ser formados é igual a:

A) 32

B) 40

C) 56

D) 72

Q.31

Ao se deslocar do Rio de Janeiro a Porto Alegre, um avião percorre essa distância com velocidade média **v** no primeiro $\frac{1}{9}$ do trajeto e **2v** no trecho restante.

A velocidade média do avião no percurso total foi igual a:

A) $\frac{9}{5}v$

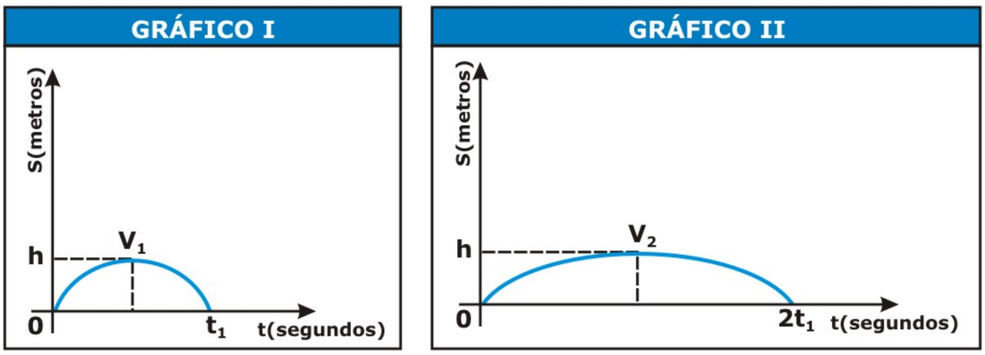
B) $\frac{8}{5}v$

C) $\frac{5}{3}v$

D) $\frac{5}{4}v$

Q.32

Os gráficos I e II representam as posições **S** de dois corpos em função do tempo **t**.



No gráfico I, a função horária é definida pela equação $\mathbf{S = a_1t^2 + b_1t}$ e, no gráfico II, por $\mathbf{S = a_2t^2 + b_2t}$.

Admita que $\mathbf{V_1}$ e $\mathbf{V_2}$ são, respectivamente, os vértices das curvas traçadas nos gráficos I e II.

Assim, a razão $\frac{a_1}{a_2}$ é igual a:

A) 1
B) 2
C) 4
D) 8

Q.40

Em um supermercado, um cliente empurra seu carrinho de compras passando pelos setores **1**, **2** e **3**, com uma força de módulo constante de **4 newtons**, na mesma direção e mesmo sentido dos deslocamentos.
Na matriz **A** abaixo, cada elemento $\mathbf{a_{ij}}$ indica, em joules, o trabalho da força que o cliente faz para deslocar o carrinho do setor **i** para o setor **j**, sendo **i** e **j** elementos do conjunto **{1, 2, 3}**.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 40 & 60 \\ 40 & 0 & 80 \\ 60 & 80 & 0 \end{bmatrix}$$

Ao se deslocar do setor **1** ao **2**, do setor **2** ao **3** e, por fim, retornar ao setor **1**, a trajetória do cliente descreve o perímetro de um triângulo.
Nessas condições, o cliente percorreu, em metros, a distância de:

A) 35
B) 40
C) 45
D) 50

Q.42

Muitas jóias são constituídas por ligas feitas de uma mistura de ouro puro com outros metais.

Uma jóia é considerada de ouro **n** quilates se $\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{24}}$ de sua massa for de ouro, sendo **n** um número inteiro, maior ou igual a **1** e menor ou igual a **24**.
Uma aliança de ouro **15 quilates** tem massa igual a **4g**.
Para transformar essa aliança em outra, de ouro **18 quilates**, mantendo a quantidade dos outros metais, é necessário acrescentar, em sua liga, uma quantidade de gramas de ouro puro equivalente a:

A) 1,0
B) 1,5
C) 2,0
D) 3,0

UERJ/2009 – EXAME DISCURSIVO

Q.01

Admita dois números inteiros positivos, representados por **a** e **b**. Os restos das divisões de **a** e **b** por **8** são, respectivamente, **7** e **5**.
Determine o resto da divisão do produto **a.b** por **8**.

Q.02

Maurren Maggi foi a primeira brasileira a ganhar uma medalha olímpica de ouro na modalidade salto em distância. Em um treino, no qual saltou **n** vezes, a atleta obteve o seguinte desempenho:

• todos os saltos de ordem ímpar foram válidos e os de ordem par inválidos;

• o primeiro salto atingiu a marca de **7,04m**, o terceiro a marca de **7,07m**, e assim sucessivamente cada salto válido aumentou sua medida em **3cm**;

• o último salto foi de ordem ímpar e atingiu a marca de **7,22m**.

Calcule o valor de **n**.

Q.03

Considere a situação abaixo:

*Em um salão há apenas **6** mulheres e **6** homens que sabem dançar. Calcule o número total de pares de pessoas de sexos opostos que podem ser formados para dançar.*

Um estudante resolveu esse problema do seguinte modo:

*A primeira pessoa do casal pode ser escolhida de **12** modos, pois ela pode ser homem ou mulher. Escolhida a primeira, a segunda pessoa só poderá ser escolhida de **6** modos, pois deve ser de sexo diferente da primeira. Há, portanto, **12** $\times$ **6 = 72** modos de formar um casal.*

Essa solução está errada. Apresente a solução correta.

Q.09

Os baralhos comuns são compostos de **52 cartas** divididas em **quatro** naipes, denominados copas, espadas, paus e ouros, com **treze** cartas distintas de cada um deles.

Observe a figura que mostra um desses baralhos, no qual as cartas representadas pelas letras **A**, **J**, **Q** e **K** são denominadas, respectivamente, **ás**, **valete**, **dama** e **rei**.

Uma criança rasgou algumas cartas desse baralho, e as **n** cartas restantes, não rasgadas, foram guardadas em uma caixa.

A tabela abaixo apresenta as probabilidades de retirar-se dessa caixa, ao acaso, as seguintes cartas:

CARTA	PROBABILIDADE

um rei	0,075
uma carta de copas	0,25
uma carta de copas ou um rei	0,3

Calcule o valor de **n**.